



Systèmes asservis linéaires



Jean-Philippe MULLER

Décembre 2000

Sommaire

Présentation générale

- 1) Les systèmes commandés et leurs défauts
- 2) Structure d'un système asservi
- 3) Qualités demandées à un SA
- 4) Linéarité d'un système
- 5) Formule de Black
- 6) Etude expérimentale des SA

Asservissement de position

- 7) Structure de l'asservissement de position
- 8) Principe et équations du moteur
- 9) Transmittance du moteur
- 10) Schéma fonctionnel de l'asservissement
- 11) Annexe : inertie de la charge et réducteur

Régulation de vitesse

- 12) Structure de l'asservissement de vitesse
- 13) Transmittance de l'asservissement

Stabilité d'un système asservi

- 14) Stabilité d'un système linéaire
- 15) Critère de stabilité de Routh
- 16) Condition graphique d'oscillation d'un système bouclé
- 17) Critère de stabilité de Nyquist
- 18) Marge de phase d'un système bouclé
- 19) Stabilité « satisfaisante » d'un système en boucle fermée
- 20) Méthode pratique de réglage du gain

Précision d'un système asservi

- 21) Le test de la précision de l'asservissement
- 22) Calcul de l'erreur ε pour une entrée donnée
- 23) Influence de la classe d'un système sur sa précision

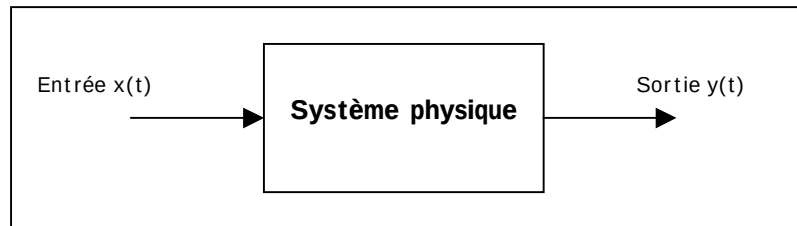
Correction d'un système asservi

- 24) Principes généraux de correction
- 25) Le correcteur proportionnel-intégral
- 26) Le correcteur à retard de phase
- 27) Le correcteur proportionnel-dérivé
- 28) Le correcteur à avance de phase
- 29) Le correcteur universel PID
- 30) Réglage du PID par la méthode de Ziegler&Nichols

1) Les systèmes commandés et leurs défauts :

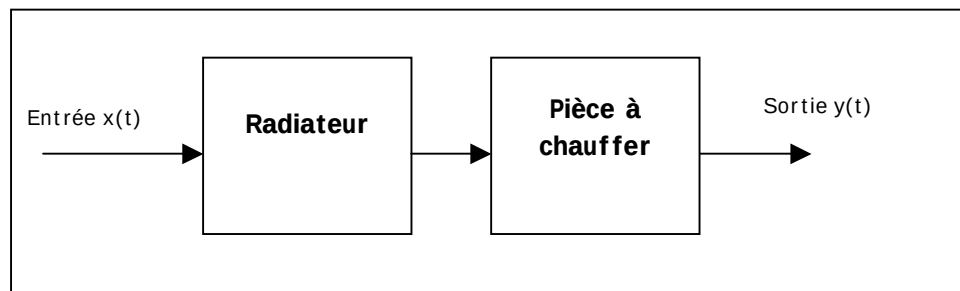
Un système physique est dit commandé si la grandeur de sortie $y(t)$ est fonction de l'entrée $x(t)$.

Figure 1.
Le système commandé.



Prenons l'exemple du chauffage électrique d'une pièce

Figure 2.
Exemple d'un système de chauffage.



- la grandeur d'entrée est la position du thermostat (consigne de température)
- la grandeur de sortie est la température réelle de la pièce

Le système commandé est en général un organe de puissance (dispositif de chauffage, moteur, vérin ...) et le signal de commande est la plupart du temps une tension de valeur assez faible (quelques volts).

On demande à un système commandé deux qualités : la **sensibilité** et la **fidélité**.

- **sensibilité** : pour une faible variation de x , on désire obtenir une forte variation de y . Pour cela il suffit d'augmenter le gain du système
- **fidélité** : pour une même valeur de x , on aimerait toujours obtenir la même valeur de y . Ceci est impossible en raison des perturbations extérieures qui affectent le système.

Par exemple, dans le cas du chauffage d'une pièce, lorsqu'une personne entre dans la pièce, l'ouverture de la porte provoque en général une diminution de la température ambiante : on est en présence d'une perturbation du système commandé.

Si $X(p)$ et $Y(p)$ sont les transformées de Laplace de $x(t)$ et $y(t)$, on définit la **fonction de transfert** ou **transmittance du système** :

$$H(p) = \frac{Y(p)}{X(p)}$$

La perturbation fait que, pour une entrée x donnée, la sortie y fluctue. Cela revient à dire que les perturbations font varier la transmittance $H(p)$ du système.

A cause des perturbations, on voit donc qu'il est impossible d'avoir en permanence en sortie d'un système commandé la valeur désirée Y_0 de Y correspondant à l'application à l'entrée de $X_0 = Y_0 / H$.

Pour obtenir effectivement Y_0 , il y a lieu de modifier l'entrée X en permanence pour tenir compte des perturbations. C'est ce que fait automatiquement un système asservi.

2) Structure d'un système asservi :

Un système asservi est un système commandé possédant les deux caractéristiques suivantes :

- bonne sensibilité et donc amplification de puissance
- dispositif de retour garantissant la fidélité

Par exemple, dans le cas d'une régulation du chauffage électrique d'une pièce, la température ambiante T est asservie à la température désirée T_e .

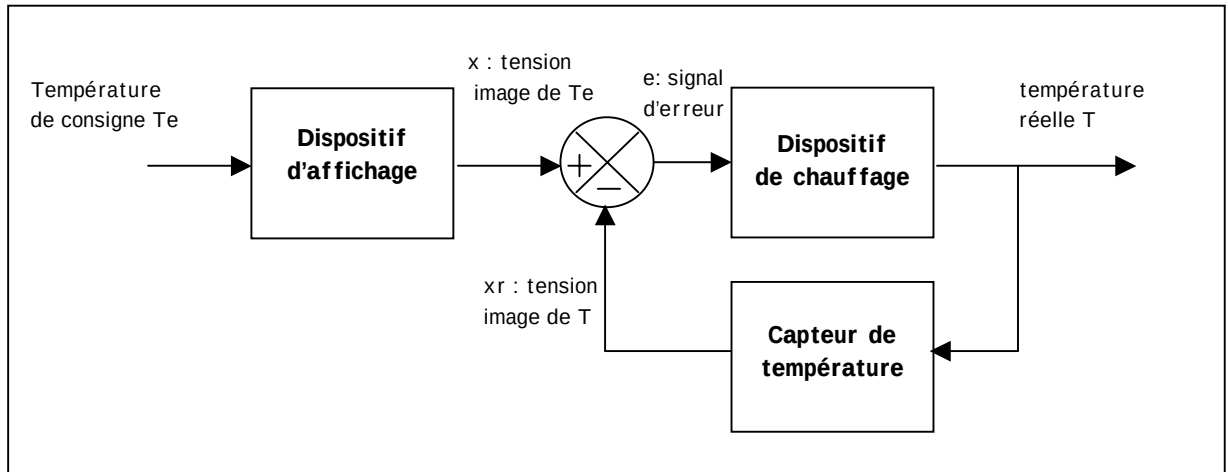


Figure 3. Structure générale d'un système de régulation de température.

Si pour une raison quelconque (ouverture de la porte par exemple) la température ambiante venait à baisser, cela modifierait immédiatement le signal d'erreur en sortie du comparateur, entraînant une augmentation de la puissance de chauffe.

Dans la pratique, on ne compare pas directement la grandeur désirée à la grandeur de sortie, mais les tensions représentant ces deux grandeurs.

L'organisation générale d'un système asservi est donc la suivante :

- **la chaîne d'action** : c'est le système commandé qui possède une grande sensibilité mais est soumis à l'influence des perturbations et manque donc de fidélité. Sa transmittance est souvent notée $H(p)$.
- **la chaîne de retour** : elle convertit la grandeur de sortie (température dans notre exemple) en une tension qui est le signal de retour x_r . Elle est construite autour d'un capteur qui doit être fidèle (insensible aux perturbations) et dont la présence ne doit pas modifier la sortie.
- **l'organe d'affichage** : il transforme la valeur désirée Y_e de y (ici la température désirée T_e), appelée aussi consigne, en tension x
- **le comparateur** : il élabore en permanence le signal d'erreur $e = x - x_r$

Au lieu de comparer les températures, l'asservissement compare les tensions x et x_r . Pour que cela soit possible, il faut qu'à une température donnée corresponde une tension donnée : **le dispositif d'affichage et le capteur ont donc la même transmittance.**

On aura donc : $x = K.T_e$ et $x_r = K.T$

Si l'asservissement fonctionne parfaitement, on aura : $T = T_e$ et donc $x = x_r$ et $e=0$.

On peut classer les systèmes asservis en 2 grandes familles :

- **les régulations** : y_d est constante ou varie par paliers (alimentation stabilisée, régulation de vitesse, de température ...)
- **les asservissements** : y_d varie continûment (table traçante, boucle à verrouillage de phase...)

3) Qualités demandées à un système asservi :

Les performances qu'on demande à un système asservi dépendent de la phase de fonctionnement :

- **en régime permanent** (ou établi), on demande au SA d'être **précis**. En pratique, cette précision n'est jamais absolue et on la caractérise par l'erreur : $\varepsilon = y_e - y$
- **en régime transitoire**, on demande au SA d'être **rapide**, c'est-à-dire de passer le plus rapidement possible d'un régime permanent à l'autre. En pratique, on caractérise un SA par son temps de réponse $t_{r5\%}$ à 95% de la valeur finale.

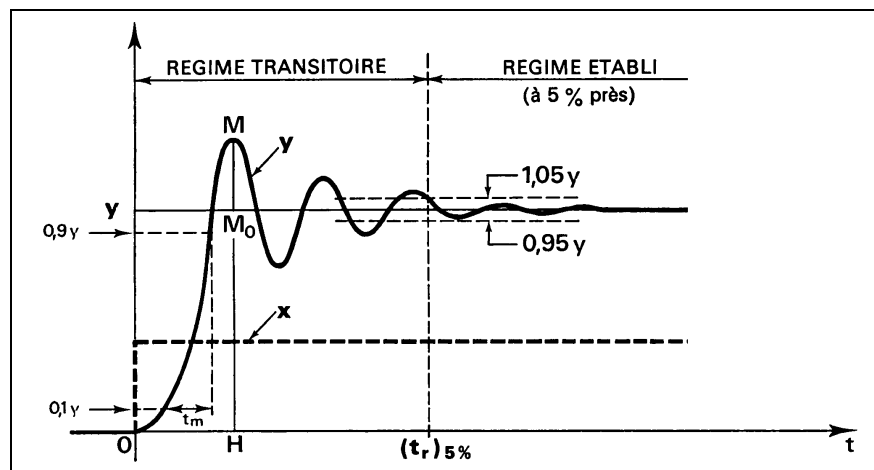
Un bon système asservi sera donc caractérisé par :

- une erreur très faible, et si possible nulle (y très voisin ou égal à y_d) en régime permanent
- un temps de réponse $t_{r5\%}$ le plus court possible en régime transitoire

Malheureusement, on verra que dans la pratique ces deux exigences sont souvent contradictoires et il faudra se satisfaire d'un compromis.

Ces deux qualités s'évaluent en général en appliquant au système une entrée de forme particulière : l'échelon.

Figure 4.
Allure générale
de la réponse
d'un système.

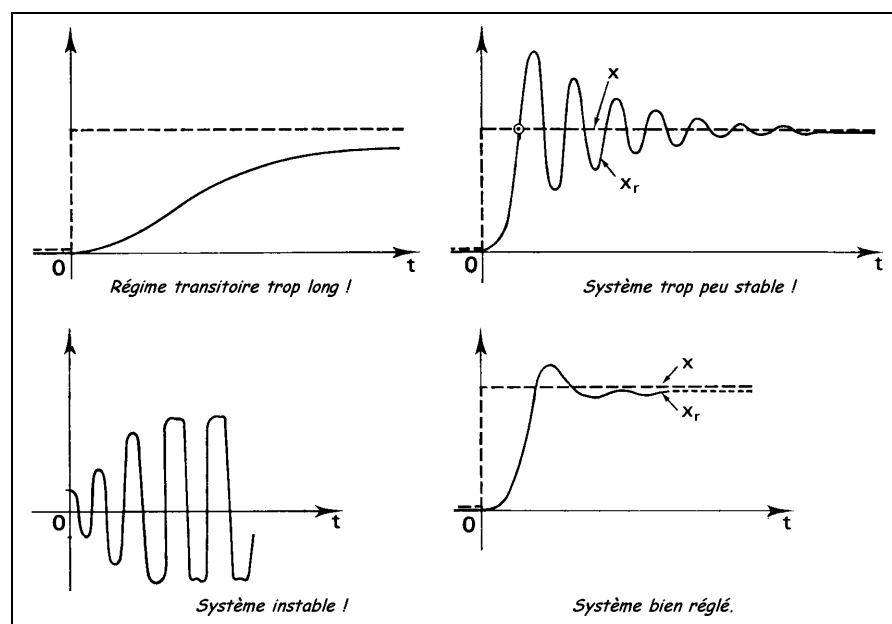


Dépassement :

$$d = \frac{MoM}{HMo}$$

Voici quelques exemples de réponses de systèmes asservis mal ou bien réglés.

Figure 5.
Exemples de
réponses de
systèmes
asservis.



4) Linéarité d'un système :

En général, les dispositifs physiques réels ne possèdent pas des caractéristiques statiques linéaires dans un grand domaine de variation de la grandeur de sortie. En effet :

- les amplis finissent toujours par saturer
- pour un moteur, la vitesse n'est pas rigoureusement proportionnelle à la tension
- les oscillateurs commandés en tension ont rarement une caractéristique linéaire etc ...

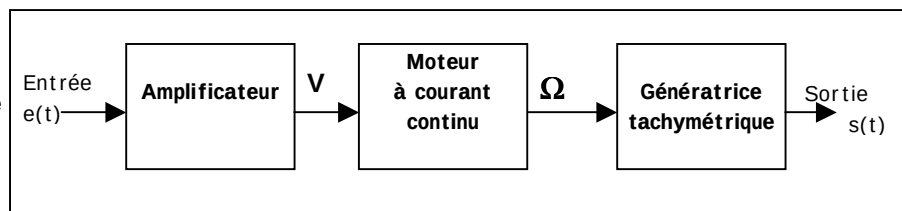
Cependant, l'étude des systèmes asservis non linéaires est si délicate que l'on essaie d'abord de se ramener au cas d'un système asservi linéaire.

Pour cela 2 solutions :

- remplacer les caractéristiques non linéaires par des droites (on dit qu'on linéarise)
- se placer en un point de repos P_0 et étudier l'asservissement autour de ce point

L'exemple ci-dessous montre la caractéristique de transfert statique de l'ensemble amplificateur-moteur-génératrice tachymétrique d'un asservissements de position.

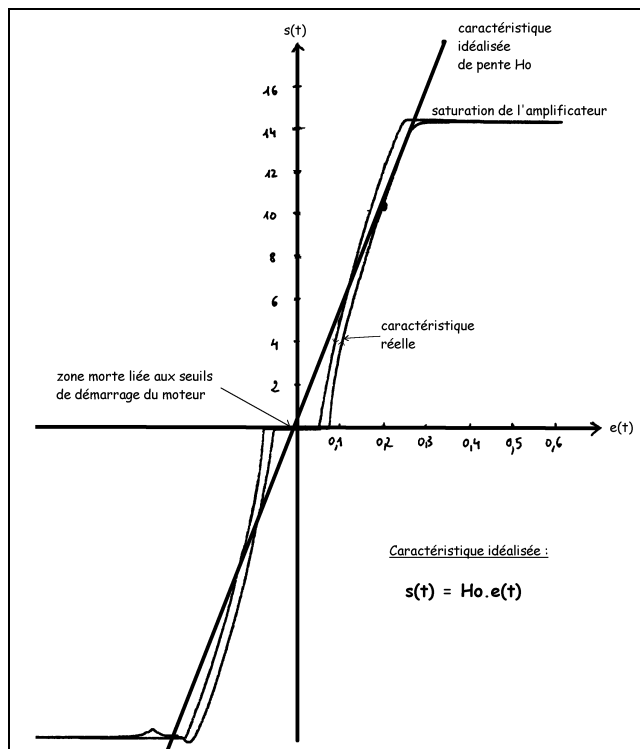
Figure 6.
Un système
électromécanique



Le relevé met en évidence plusieurs non-linéarités :

- autour du « zéro » à cause du seuil de démarrage du moteur
- dans les zones intermédiaires à cause des frottements
- aux extrémités à cause de la saturation de l'amplificateur

Figure 7.
Caractéristique de
transfert du
système
électromécanique.



On linéarise le système en remplaçant cette caractéristique par une droite qui sera appelée **caractéristique idéalisée**.

Dans ce cas et pour ce qui concerne le régime transitoire, les grandeurs d'entrée et de sortie sont reliées par une équation différentielle linéaire, ce qui veut dire qu'on peut définir la transmittance de Laplace du système.

5) Formule de Black :

Soit un système asservi caractérisé par une grandeur d'entrée y_d , une grandeur de sortie y , supposé initialement au repos et linéaire dans une certaine plage autour du point de repos

Ce système possède alors le schéma fonctionnel suivant :

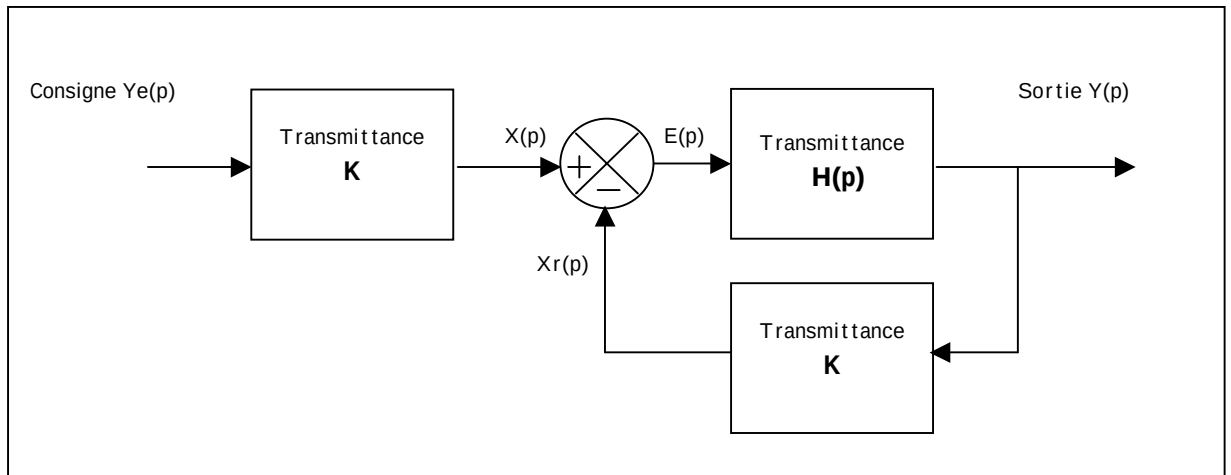


Figure 8. Schéma fonctionnel d'un asservissement linéaire

Calculons la relation entre $Y(p)$ et $Y_e(p)$:

$$Y(p) = H(p).E(p) = H(p)[X(p) - X_r(p)] = H(p)[K.Y_e(p) - KY(p)]$$

$$\text{d'où : } Y(p)[1 + H(p).K] = Y_e(p).H(p).K$$

$$\text{et, enfin : } T'(p) = \frac{Y(p)}{Y_e(p)} = \frac{H(p).K}{1 + H(p).K} \quad \text{qui est la transmittance de l'asservissement}$$

On introduit alors deux grandeurs fondamentales :

- la **transmittance en boucle ouverte** $T(p) = \frac{X_r(p)}{E(p)} = H(p).K$
- la **transmittance en boucle fermée** $T'(p) = \frac{T(p)}{1 + T(p)} = \frac{H(p).K}{1 + H(p).K}$

Cette relation est souvent appelée formule de Black.

Remarques :

- la transmittance K se réduit la plupart du temps à une simple constante, c'est la raison pour laquelle on la note K et non $K(p)$. Dans une régulation de vitesse par exemple, la chaîne de retour est constituée par la génératrice tachymétrique qui fournit une tension x_r proportionnelle à la vitesse angulaire.
- l'organe d'affichage est souvent absent et la grandeur d'entrée est souvent directement la tension x fournie par un potentiomètre de consigne. La transmittance en boucle fermée s'écrit alors :

$$T'(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{H(p)}{1 + H(p).K}$$

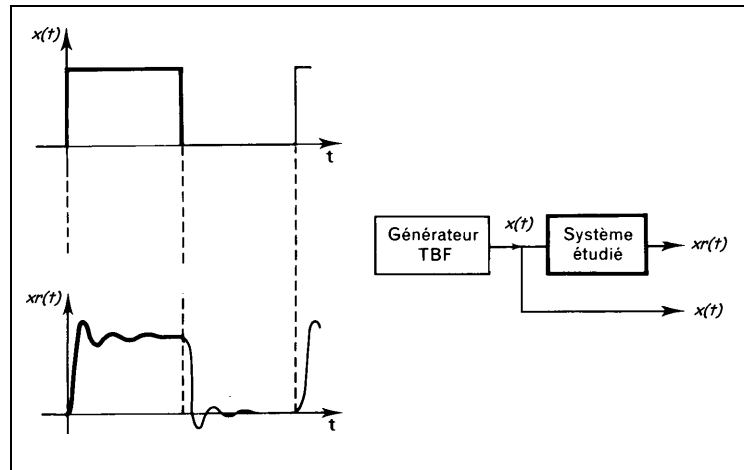
6) Etude expérimentale des systèmes asservis :

Les grandeurs d'entrée et de sortie d'un asservissement sont des grandeurs physiques de nature très diverses : température, vitesse, angle, position, fréquence... pour lesquelles il n'est pas toujours faciles à visualiser les variations.

Dans la pratique, pour étudier les propriétés de l'asservissement, il est donc souvent plus simple d'étudier les tensions $x(t)$ et $x_r(t)$, images des grandeurs d'entrée et de sortie.

Par exemple, $x(t)$ et $x_r(t)$ peuvent être visualisées à l'oscilloscope, enregistrées sur table traçante, le signal x peut être fournie par un générateur de fonctions, etc ...

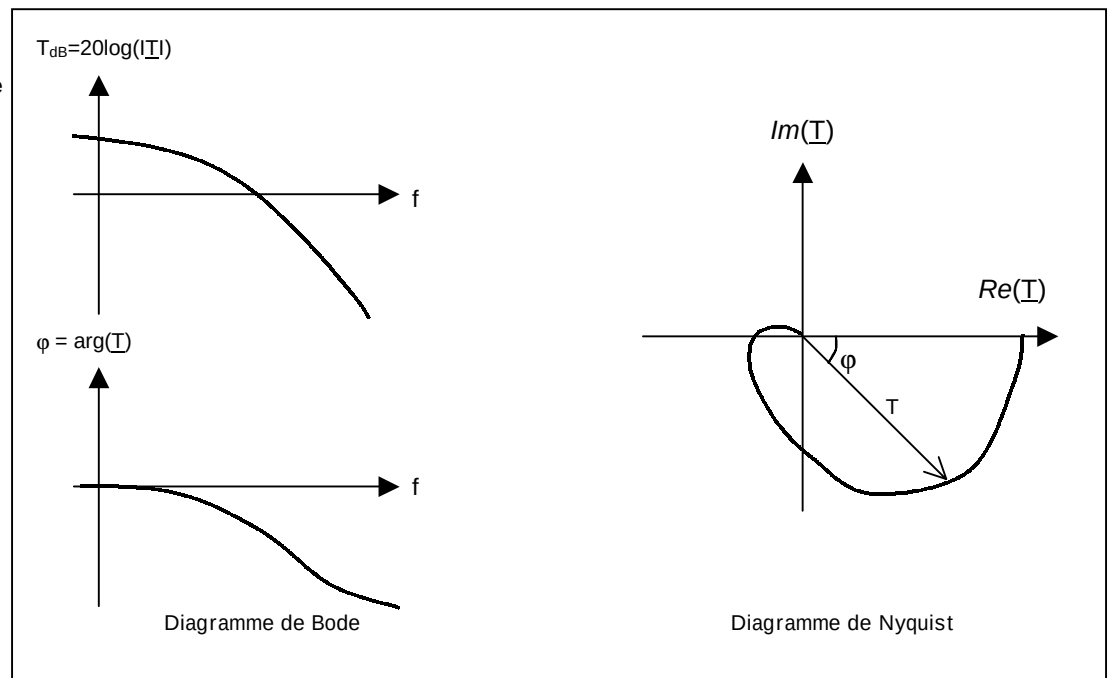
Figure 9.
Etude
expérimentale
d'un gain de
boucle.



Dans l'étude d'un asservissement, on s'intéresse toujours en premier lieu à la fonction de transfert en boucle ouverte $T(p)$.

Celle-ci peut être relevée expérimentalement pour tracer le **diagramme de Bode** ou de **Nyquist**,

Figure 10.
Différents
tracés du gain de
boucle.

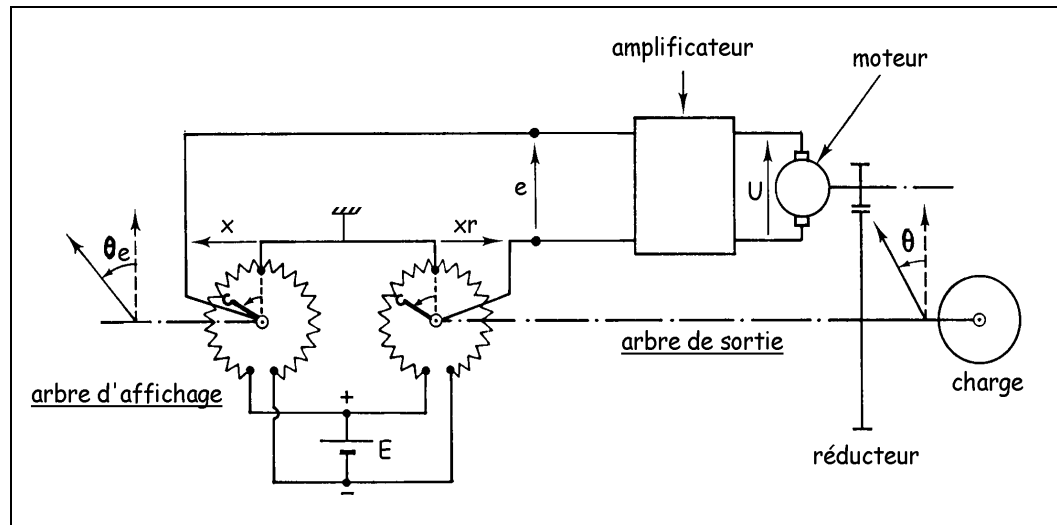


ou tout simplement par son **expression mathématique $T(p)$** quand c'est possible

7) Structure de l'asservissement de position :

Le but du système est de positionner une charge (gouvernail de bateau, antenne de radar, etc ...) dans la même position linéaire ou angulaire que celle définie par l'organe de commande (potentiomètre de consigne, CNA commandé par un ordinateur, etc ...).

Figure 11.
Structure de
l'asservissement
de position
angulaire.



Les caractéristiques électromécaniques principales du système sont les suivantes :

- la partie tournante est caractérisée par son **inertie J** et un **coefficient de frottement visqueux f**
- elle est entraînée par un moteur à courant continu caractérisé par sa **constante de vitesse K**
- la résistance de l'induit du moteur est **r** et son inductance **L** (souvent négligée)
- le moteur est à **flux constant** (champ magnétique créé par des aimants permanents le plus souvent)
- l'organe d'affichage est un **potentiomètre** caractérisé par sa constante **K_0** (en V/radian)
- le capteur de position angulaire est un potentiomètre identique alimenté par la même tension **E**
- l'amplificateur a une entrée différentielle et une amplification **A** soit : **$U = A.e = A.(x - x_r)$**
- le réducteur abaisse la vitesse **Ω_1** en sortie du moteur : **$\Omega_2 = a. \Omega_1$**

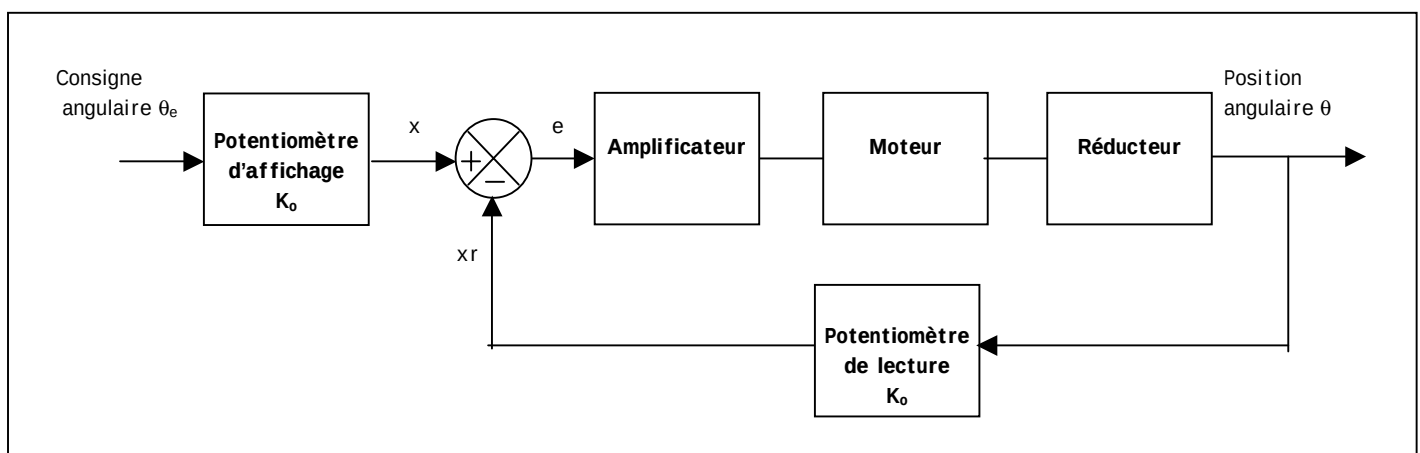


Figure 12. Schéma fonctionnel de l'asservissement de position angulaire.

8) Principe et équations du moteur :

Le moteur à courant continu comporte un **circuit magnétique** destiné à canaliser les lignes de champ du champ magnétique créée par un enroulement inducteur ou plus souvent aujourd'hui par un aimant permanent.

Il comporte aussi une partie tournante ou rotor portant l'enroulement d'**induit** relié à l'extérieur par l'intermédiaire de contacts (charbons) frottant sur les lames du collecteur.

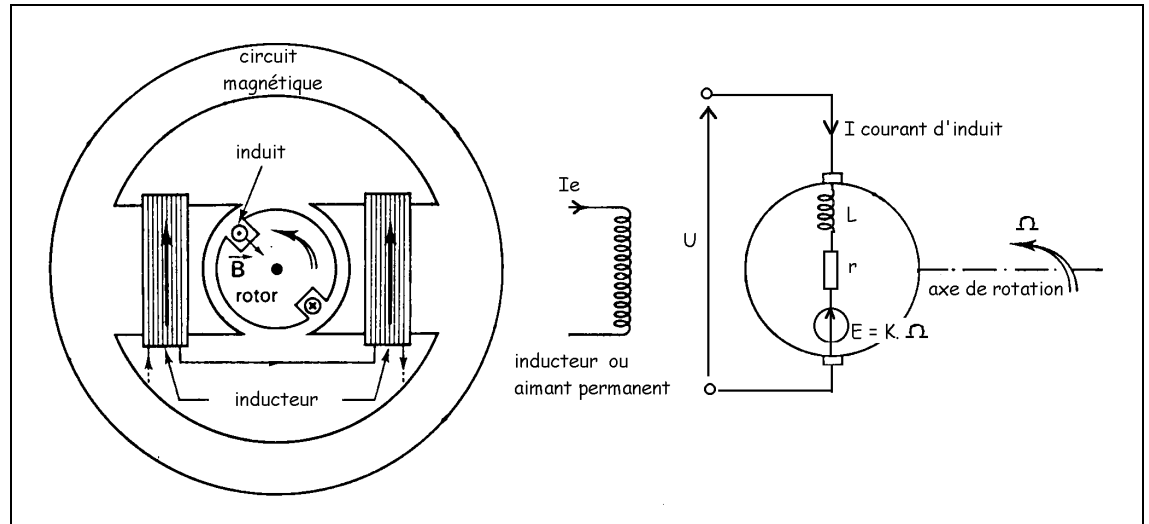


Figure 13. Le moteur à courant continu.

Cet enroulement d'induit est :

- alimenté par la tension U
- caractérisé par sa résistance r et son inductance L
- traversé par le courant d'induit I
- tourne à la vitesse angulaire Ω (toujours en radians/seconde)
- le siège d'une force électromotrice induite E proportionnelle à la vitesse $E = K \cdot \Omega$

Le rotor tourne car les conducteurs traversés par le courant I et placés dans un champ magnétique B sont le siège de **forces de Laplace**.

La loi d'Ohm appliquée à l'induit s'écrit, pour les grandeurs instantanées :

$$u(t) = e(t) + ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} = K\Omega(t) + ri(t) + L \frac{di(t)}{dt}$$

Soit, en notation de Laplace :

$$U(p) = K\Omega(p) + rI(p) + LpI(p) \quad \text{équation électrique}$$

D'autre part, le principe fondamental de la dynamique appliqué à un corps en rotation nous conduit à écrire :

$$J \frac{d\Omega(t)}{dt} = Cm - Cr$$

avec J : inertie totale ramenée sur l'arbre du moteur
 Cm : couple moteur dont l'expression est $Cm = K \cdot i(t)$
 Cr : couple résistant qui peut-être constant $Cr = Co$, ou visqueux $Cr = f \cdot \Omega$

Cette équation devient en notation de Laplace :

$$Jp\Omega(p) = KI(p) - Cr \quad \text{équation mécanique}$$

9) Transmittance du moteur :

Plaçons nous dans le cas particulier très courant où :

- on néglige d'inductance L de l'induit
- le couple résistant est un couple de frottement visqueux $C_r = f.\Omega$

L'équation électrique s'écrit : $U(p) = K.\Omega(p) + rI(p)$

et l'équation mécanique : $Jp\Omega(p) = KI(p) - f\Omega(p)$

On tire facilement le courant de l'équation électrique pour le remplacer dans l'équation mécanique, ce qui donne :

$$\frac{\Omega(p)}{U(p)} = \frac{K}{K^2 + fr + Jpr}$$

et, si on pose : $H_0 = \frac{K}{K^2 + fr}$ gain statique du moteur

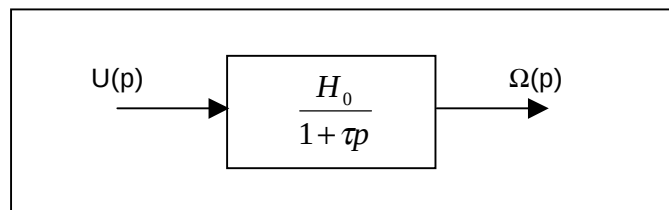
et $\tau = \frac{Jr}{K^2 + fr}$ constante de temps

on trouve que le moteur a une transmittance du premier ordre :

$$\frac{\Omega(p)}{U(p)} = \frac{H_0}{1 + \tau p}$$

Le moteur de l'asservissement de position peut donc être représenté par le schéma fonctionnel suivant :

Figure 14.
Modélisation du
moteur.



Remarques :

- si on est en présence d'un couple résistant constant , on obtient également une transmittance du premier ordre
- si on ne néglige plus l'inductance, le moteur devient un système du second ordre avec une constante de temps mécanique et une constante de temps électrique beaucoup plus faible que la précédente
- si on s'intéresse à la position angulaire de l'arbre du moteur et non à sa vitesse angulaire, il faut se souvenir que la vitesse angulaire est la dérivée de l'angle, soit :

$$\Omega(t) = \frac{d\theta(t)}{dt} \quad \text{ou en notation de Laplace} \quad \Omega(p) = p.\theta(p)$$

10) Schéma fonctionnel de l'asservissement :

Les autres constituants du système sont régis par des relations simples. Voyons-les successivement :

- le potentiomètre d'entrée donne une tension : $x = K_o \cdot \theta_e$
- le potentiomètre de recopie donne la tension : $x_r = K_o \cdot \theta$
- l'amplificateur sert aussi de comparateur : $u = A(x - x_r) = A \cdot e$
- le réducteur réduit la vitesse d'un facteur a : $\Omega_2 = a \cdot \Omega_1$
- on passe de la vitesse Ω_2 à l'angle θ en intégrant : $\theta = \Omega_2 / p$

Le schéma fonctionnel est alors le suivant :

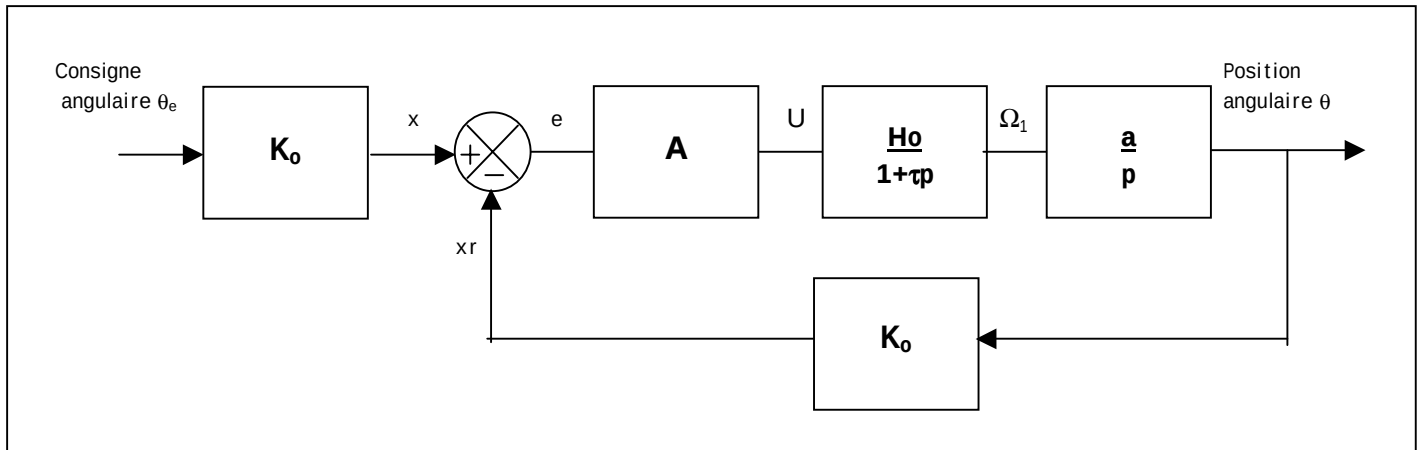


Figure 15. Schéma fonctionnel de l'asservissement de position angulaire.

La transmittance en boucle ouverte s'écrit :

$$T(p) = \frac{X_r(p)}{E(p)} = \frac{A \cdot H_o \cdot K_o \cdot a}{p(1 + \tau p)} = \frac{T_o}{p(1 + \tau p)} \quad \text{avec } T_o = A \cdot H_o \cdot K_o \cdot a$$

et la transmittance en boucle fermée :

$$T'(p) = \frac{\theta(p)}{\theta_e(p)} = \frac{X_r(p)}{X(p)} = \frac{T(p)}{1 + T(p)} = \frac{1}{1 + \frac{p}{T_o} + \frac{\tau p^2}{T_o}}$$

On a affaire à un système du deuxième ordre caractérisé par :

- une **pulsation propre** $\omega_0 = \sqrt{\frac{T_o}{\tau}}$
- un **amortissement** $m = \frac{1}{2\sqrt{T_o \cdot \tau}}$

On peut remarquer que, une fois que les différents éléments constituant l'asservissement sont choisis, le seul paramètre facilement réglable est l'amplification A .

C'est donc sur ce paramètre qu'on va agir dans la pratique pour obtenir une stabilité correcte.

En général, pour une variation brutale de la consigne, on tolère un dépassement en sortie à condition qu'il n'excède pas 20 %.

Ceci correspond à une valeur du facteur d'amortissement de 0,43. On réglera par conséquent A pour obtenir cette valeur de m .

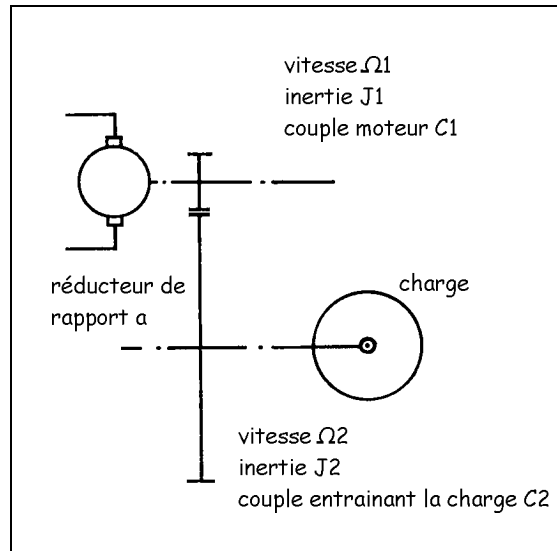
11) Annexe : inertie de la charge et réducteur

Les moteurs d'asservissements, notamment dans les asservissements de position, sont généralement de faible puissance devant les charges à entraîner. Par contre, ils tournent généralement à des vitesses élevées.

Il est donc indispensable d'utiliser un réducteur de vitesse de rapport a : $\Omega_2 = a \cdot \Omega_1$ ($a < 1$)

On affecte l'indice 1 aux grandeurs avant le réducteur (partie tournant à Ω_1) et l'indice 2 aux grandeurs après le réducteur (partie tournant à Ω_2).

Figure 16.
Action du
réducteur sur les
grandeurs
mécaniques.



Si le réducteur est sans pertes, on a en sortie la même puissance qu'à l'entrée soit $P_1 = P_2$

donc $C_1 \cdot \Omega_1 = C_2 \cdot \Omega_2$ et $C_2 = C_1/a$

Le couple C_2 disponible en sortie du réducteur est donc supérieur au couple à l'entrée du réducteur.

En régime dynamique, le réducteur reçoit un couple moteur C_m et sa sortie voit un couple résistant C_r .

L'arbre d'entrée est soumis aux couples C_m du moteur et C_1 transmis par le réducteur, on a donc :

$$J_1 \frac{d\Omega_1(t)}{dt} = C_m - C_1 \quad (1)$$

L'arbre de sortie est soumis aux couples C_2 transmis par le réducteur ($C_2 = C_1/a$) et C_r , couple résistant dû à la charge. On a, de la même façon que précédemment :

$$J_2 \frac{d\Omega_2(t)}{dt} = C_2 - C_r \quad (2)$$

En éliminant entre (1) et (2) les couples C_1 et C_2 , on trouve l'équation différentielle régissant l'évolution de Ω_1 :

$$(J_1 + a^2 J_2) \frac{d\Omega_1(t)}{dt} = C_m - a C_r$$

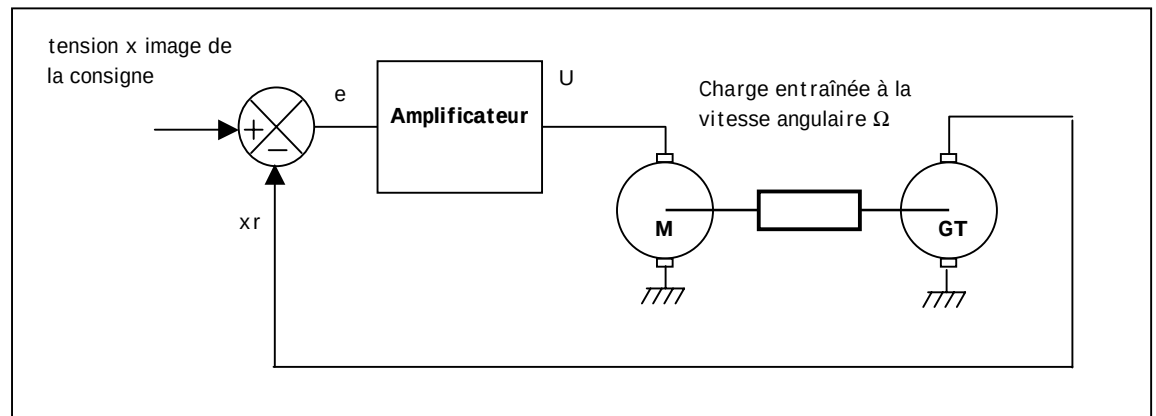
Cette équation nous montre qu'un réducteur transforme l'inertie de la charge et le couple résistant :

- inertie de la charge ramenée sur l'arbre du moteur : $a^2 \cdot J_2$
- couple résistant : $a \cdot C_r$

12) Structure de l'asservissement de vitesse

Le but d'une régulation de vitesse est de maintenir constante la vitesse d'un moteur, quelles que soient les variations de sa charge.

Figure 17.
Structure de
l'asservissement
de vitesse.



La vitesse désirée Ω_e ou consigne est toujours fournie par son image x fournie en général par un potentiomètre ou quelquefois par un CNA en sortie d'un calculateur.

On peut remarquer que le bloc « organe d'affichage » qui transformerait la consigne de vitesse Ω_e en tension x n'a pas lieu d'être dans ce type d'asservissement.

La vitesse est mesurée par un capteur de vitesse comme par exemple une génératrice tachymétrique. Ce capteur fournit en sortie une tension x_r proportionnelle à la vitesse angulaire du moteur :

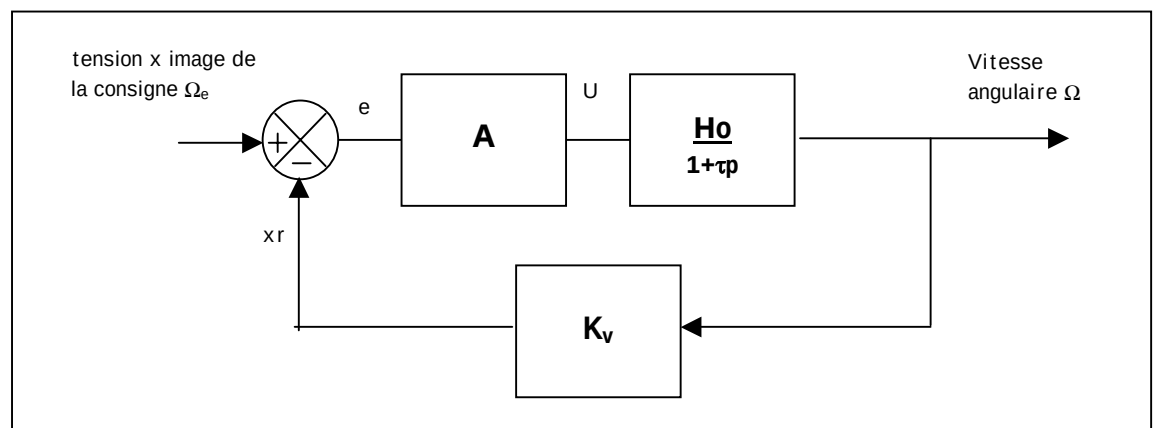
$$x_r = K_v \cdot \Omega$$

L'inertie J dont il faut tenir compte dans la transmittance du moteur est l'inertie totale de la partie tournante, à savoir les inerties J_m du moteur, J_c de la charge et J_{gt} de la génératrice tachymétrique :

$$J = J_m + J_c + J_{gt}$$

Le schéma fonctionnel du système réduit est alors le suivant :

Figure 18.
Schéma
fonctionnel de
l'asservissement
de vitesse.



13) Transmittance de l'asservissement de vitesse

Si on adopte pour le moteur un modèle du premier ordre avec une seule constante de temps τ , le gain en boucle ouverte de la régulation de vitesse s'écrit :

$$T(p) = \frac{A.Ho.K_v}{1+\tau p} = \frac{X_r(p)}{E(p)}$$

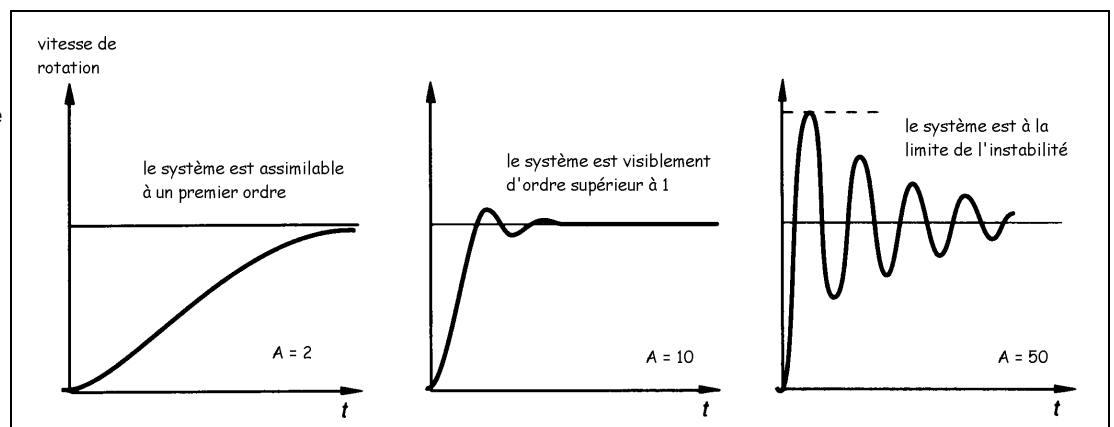
La transmittance en boucle fermée se calcule facilement :

$$T(p) = \frac{\frac{A.Ho}{1+\tau p}}{1 + \frac{A.Ho.K_v}{1+\tau p}} = \frac{A.Ho}{1 + A.Ho.K_v + \tau p} = \frac{\frac{A.Ho}{1 + A.Ho.K_v}}{1 + \frac{\tau}{1 + A.Ho.K_v} p} = \frac{T_o}{1 + \tau' p}$$

Le système asservi est du premier ordre et sa stabilité est donc assurée en principe.

Dans la pratique, suivant le réglage du gain de l'amplificateur, on peut avoir une réponse montrant que le système en boucle fermée est d'ordre supérieur.

Figure 19.
Influence du réglage du gain sur la réponse de l'asservissement de vitesse.



Il faut donc admettre, et c'est souvent le cas dans l'étude des asservissements, qu'il faut prendre en compte d'autres constantes de temps qu'on avait négligées jusque là.

Chaque nouvelle constante de temps correspond à une fréquence de coupure supplémentaire et donc à une cassure sur la courbe de gain et à une rotation de phase sur la courbe de phase.

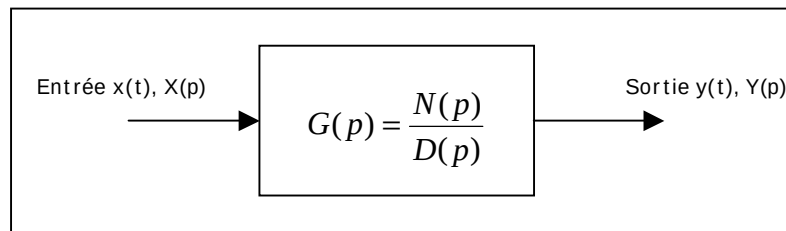
Voici quelques exemples de constantes de temps négligées quelquefois à tort dans l'étude d'un asservissement :

- la constante de temps électrique du moteur liée à l'inductance L de l'induit
- la ou les fréquences de coupure de l'amplificateur de puissance
- la fréquence de coupure du filtre nécessaire pour lisser la tension fournie par la génératrice tachymétrique
- les retards de propagation entre la sortie de la chaîne directe et le capteur (régulation de chauffage par exemple)
- etc ...

14) Stabilité d'un système linéaire :

Soit un système linéaire possédant une entrée $x(t)$ et une sortie $y(t)$, et défini par sa transmittance de Laplace $G(p)$ composée d'un numérateur $N(p)$ et d'un dénominateur $D(p)$.

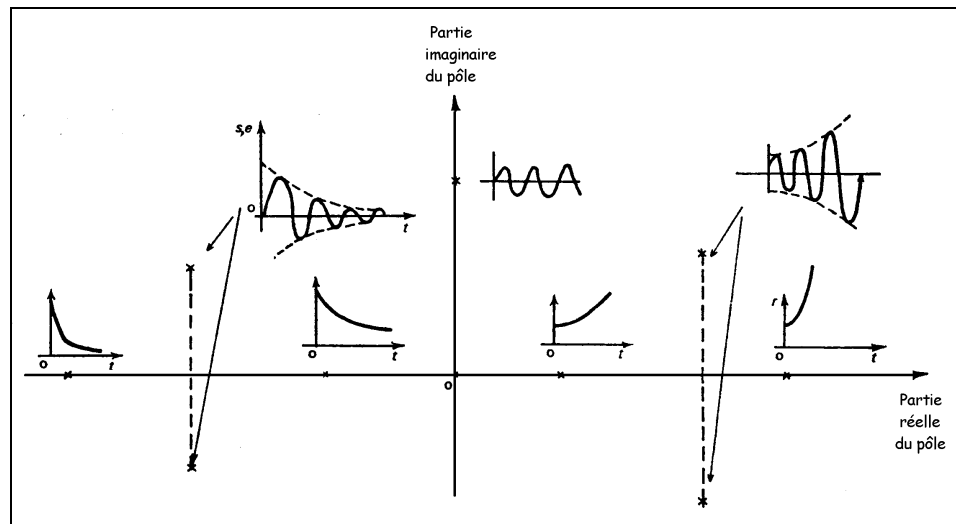
Figure 20.
Transmittance
d'un système
linéaire.



Les pôles de la transmittance $G(p)$ sont les racines du dénominateur et se trouvent donc en résolvant l'équation $D(p) = 0$.

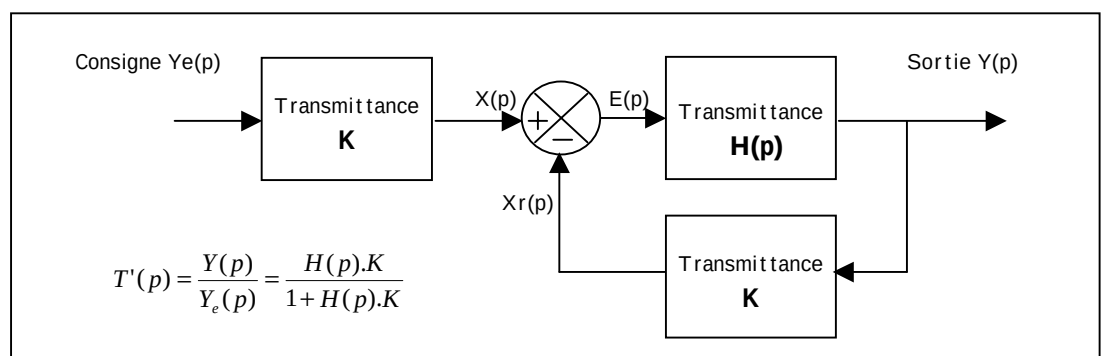
On démontre qu'un système linéaire est stable si tous ses pôles ont une partie réelle négative.

Figure 21.
Influence de la
position d'un pôle
sur la réponse
d'un système.



Ces résultats s'appliquent évidemment à la transmittance en boucle fermée $T'(p)$ d'un système asservi et on peut donc prévoir la stabilité d'un système bouclé en cherchant ses pôles.

Figure 22.
Comment trouver
les pôles d'un
système bouclé.



Pour trouver les pôles du système bouclé, il faudra donc résoudre l'équation :

$$1 + H(p).K = 1 + T(p) = 0 \quad \text{soit} \quad T(p) = -1$$

Ce calcul n'est simple que si $T(p)$ est un polynôme du premier ou du deuxième degré.

15) Critère de stabilité de Routh :

Ce **critère de stabilité** est basé sur l'étude mathématique des polynômes et permet de prévoir la stabilité d'un système de transmittance $G(p)$ sans avoir besoin de calculer ses pôles.

La transmittance s'écrit :

$$G(p) = \frac{N(p)}{a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n}$$

Pour savoir si le système est stable sans calculer les racines du dénominateur, il faut construire le tableau suivant :

Figure 23.
Tableau des
coefficients de
Routh.

a_0	a_2	a_4	a_6	...
a_1	a_3	a_5	a_7	...
$b_1 = \frac{a_1 a_2 - a_3 a_0}{a_1}$	$b_2 = \frac{a_1 a_4 - a_5 a_0}{a_1}$	$b_3 = \frac{a_1 a_6 - a_7 a_0}{a_1}$	...	
$c_1 = \frac{b_1 a_3 - b_2 a_1}{b_1}$	$c_2 = \frac{b_1 a_5 - b_3 a_1}{b_1}$	...		
...				

Routh a démontré que la **partie réelle des pôles de $G(p)$ est négative** si les 3 conditions suivantes sont satisfaites:

- **condition 1** : aucun des coefficients a_i n'est nul
- **condition 2** : tous les coefficients a_i sont de même signe
- **condition 3** : tous les coefficients de la première colonne du tableau sont de même signe.

Exemple : système de transmittance $G(p) = \frac{50}{p^4 + 6p^3 + 2p^2 + 10p + 3}$

1	2	3
6	10	0
$\frac{6 \cdot 2 - 10 \cdot 1}{6} = 0,33$	$\frac{6 \cdot 3 - 0 \cdot 2}{6} = 3$	0
$\frac{0,33 \cdot 10 - 3 \cdot 6}{0,33} = -44$	$\frac{0,33 \cdot 0 - 0 \cdot 6}{0,33} = 0$	...

Les conditions 1 et 2 sont réalisées, mais pas la condition 3 , le système est donc **instable**.

16) Condition graphique d'oscillation d'un système bouclé :

Souvent on ne connaît pas l'expression mathématique de $T(p)$ mais on n'en a qu'une connaissance expérimentale sous la forme d'un diagramme de Bode ou de Nyquist.

Les méthodes algébriques comme le calcul des pôles ou le critère de Routh ne sont donc plus applicables.

Pour ces raisons, on utilise, pour déterminer la stabilité d'un système bouclé, un critère graphique qui nous permettra de **prévoir la stabilité en boucle fermée** à partir du diagramme de Bode ou de Nyquist de la transmittance en boucle ouverte $T(p)$.

Nous connaissons l'expression générale de la transmittance d'un système bouclé :

$$\underline{T}'(j\omega) = \frac{\underline{Y}(j\omega)}{\underline{Y}_e(j\omega)} = \frac{\underline{H}(j\omega).K}{1 + \underline{H}(j\omega).K}$$

ce qui peut encore s'écrire : $\underline{Y}(j\omega)[1 + \underline{H}(j\omega).K] = \underline{Y}_e(j\omega).\underline{H}(j\omega).K$

Plaçons-nous au cas limite où le système asservi oscille (à éviter dans la pratique bien sûr !). On aura alors un signal en sortie ($Y \neq 0$) sans signal à l'entrée ($Y_e = 0$).

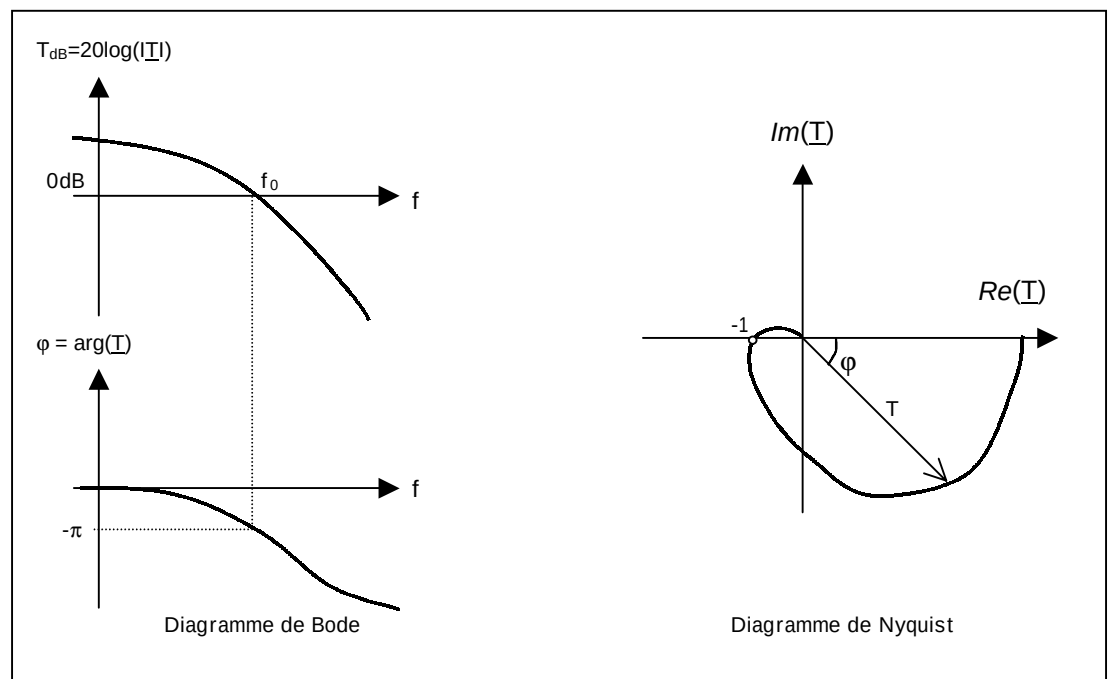
Ceci n'est possible que si le dénominateur de $T'(p)$ est nul, d'où la condition d'oscillation :

$$[1 + \underline{H}(j\omega_0).K] = 0 \quad \text{soit} \quad \underline{T}(j\omega_0) = \underline{H}(j\omega_0).K = -1$$

La fréquence ω_0 pour laquelle cette condition est réalisée sera la fréquence d'oscillation.

Graphiquement, cela veut dire qu'il existe sur le diagramme de Bode ou de Nyquist de la transmittance en boucle ouverte $\underline{T}(j\omega)$ une fréquence pour laquelle on aura $|\underline{T}| = 1$ et $\arg(\underline{T}) = -\pi$.

Figure 24.
Transmittance en
boucle ouverte
d'un système qui
sera instable en
boucle fermée.



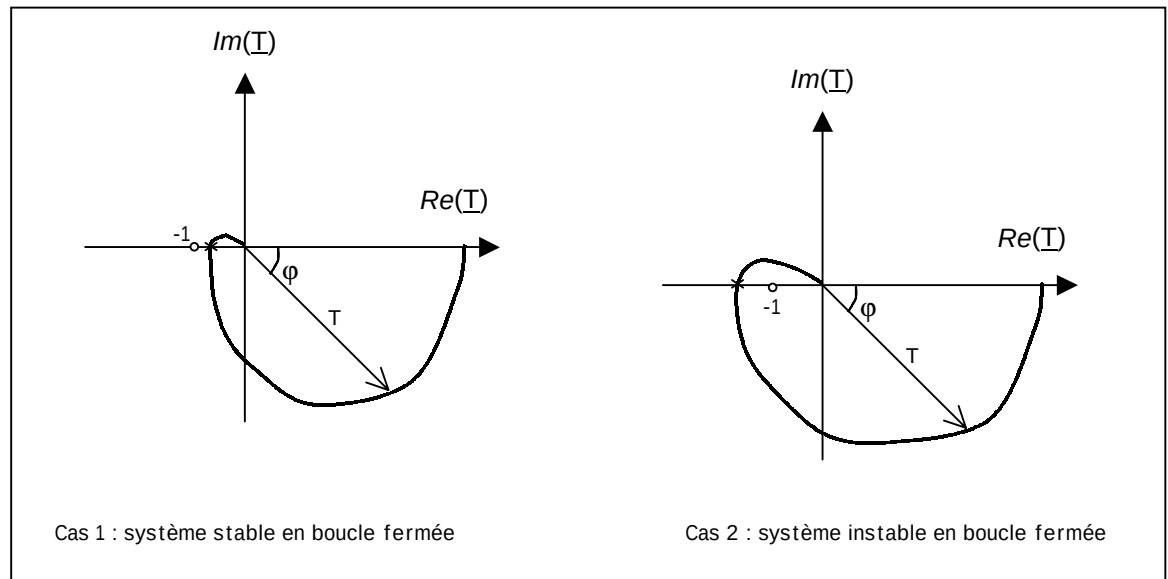
On peut remarquer le rôle particulier joué par le point -1 dans le plan de Nyquist.

Remarque : la condition d'oscillation précédente est celle qui régit tout l'oscillateur. Le gain de boucle total, tenant compte du signe - dans le comparateur, est bien égal à +1 !

17) Critère graphique de stabilité de Nyquist :

A part le cas particulier précédent où le lieu de Nyquist de $\underline{T}(j\omega)$ passe par -1 , on peut se trouver dans 2 situations :

Figure 25.
Diagramme de
Nyquist d'un
système stable
et instable.



Cas 1 : à la pulsation ω_0 où $\arg(\underline{T}(j\omega_0)) = -\pi$, le module T est inférieur à 1. L'oscillation ne peut donc pas démarrer et le système est stable.

Cas 2 : à la pulsation ω_0 où $\arg(\underline{T}(j\omega_0)) = -\pi$, le module T est supérieur à 1. L'oscillation démarre et croît jusqu'à ce qu'une non-linéarité vienne réduire T à 1. Le système est instable.

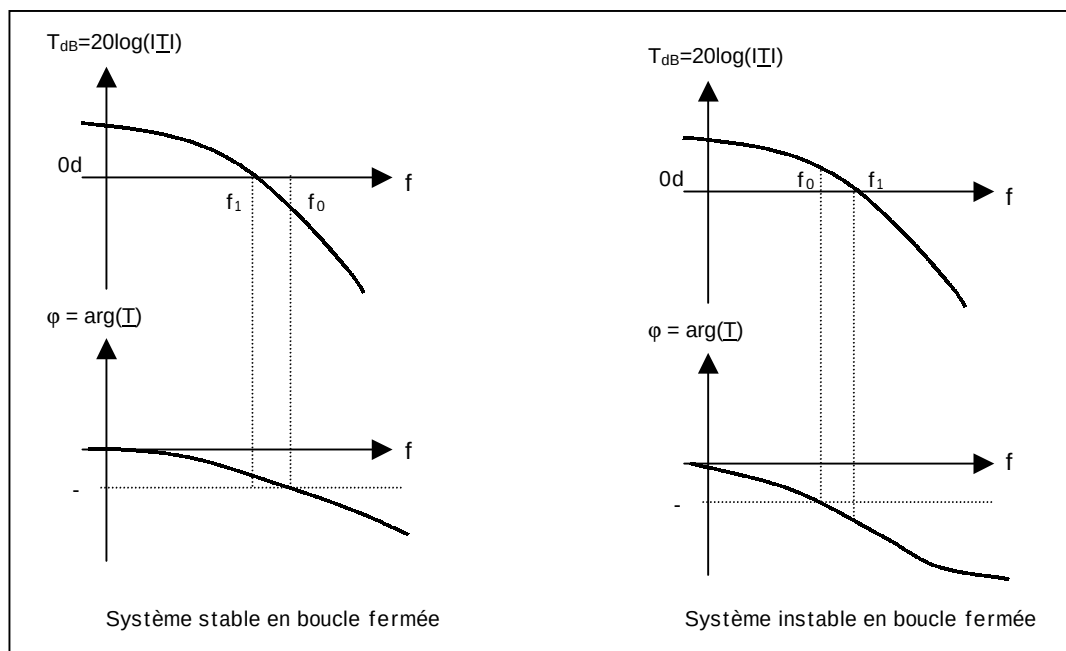
D'où le **critère de stabilité de Nyquist ou du revers** :

Un système asservi linéaire est stable en boucle fermée si, lorsqu'on décrit le lieu de Nyquist de $\underline{T}(j\omega)$ dans le sens des fréquences croissantes, on laisse le point -1 à gauche.

La stabilité se voit également très facilement sur le diagramme de Bode. En effet :

- à la fréquence f_0 où $\arg(\underline{T}) = -\pi$, si $T_{dB} > 0$ le système sera instable en boucle fermée
- à la fréquence f_1 où $T = 0$ dB, si $\arg(\underline{T}) > -\pi$, le système sera stable en boucle fermée

Figure 26.
Diagramme de
Bode d'un
système stable
et instable.



18) Marge de phase d'un système bouclé :

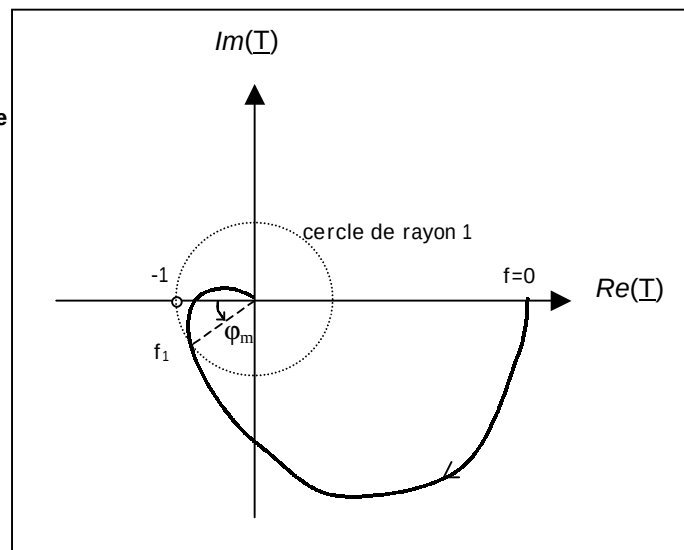
Plus le diagramme de Nyquist passe près du point -1 , moins le système sera amorti et plus il aura tendance à l'instabilité.

On caractérise souvent l'écart entre le lieu de Nyquist et le point -1 par la marge de phase φ_m définie ainsi :

- on cherche la fréquence f_1 pour laquelle le module de la transmittance est égal à 1
- à cette fréquence, l'argument de la transmittance vaut φ
- la marge de phase est : $\varphi_m = 180 + \varphi$
- cette marge de phase peut-être positive ou négative

Cette marge de phase se lit très facilement sur le diagramme de Nyquist d'un système.

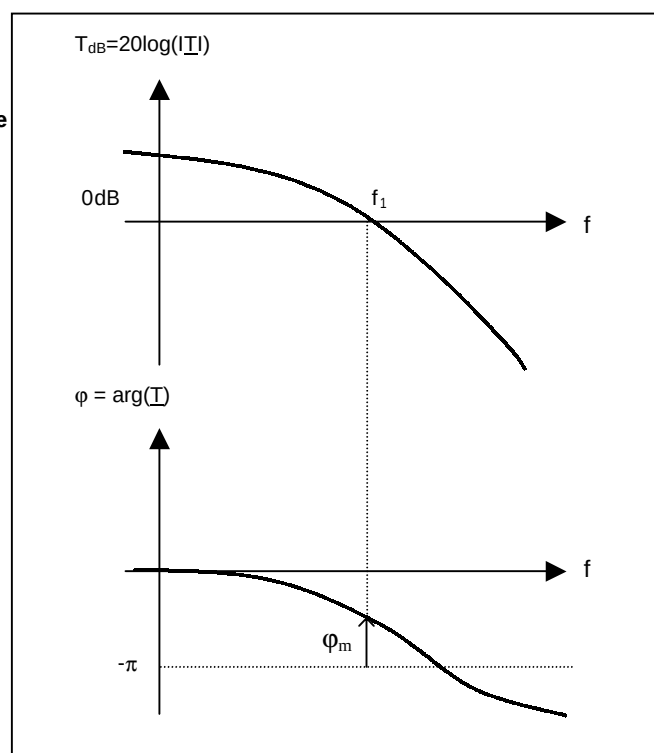
Figure 27.
Mesure de la
marge de phase
sur un diagramme
de Nyquist.



On peut remarquer qu'un système stable a une marge de phase φ_m positive.

Cette marge de phase φ_m se lit aussi très facilement sur le diagramme de Bode du gain en boucle ouverte d'un système.

Figure 28.
Mesure de la
marge de phase
sur un diagramme
de Bode.

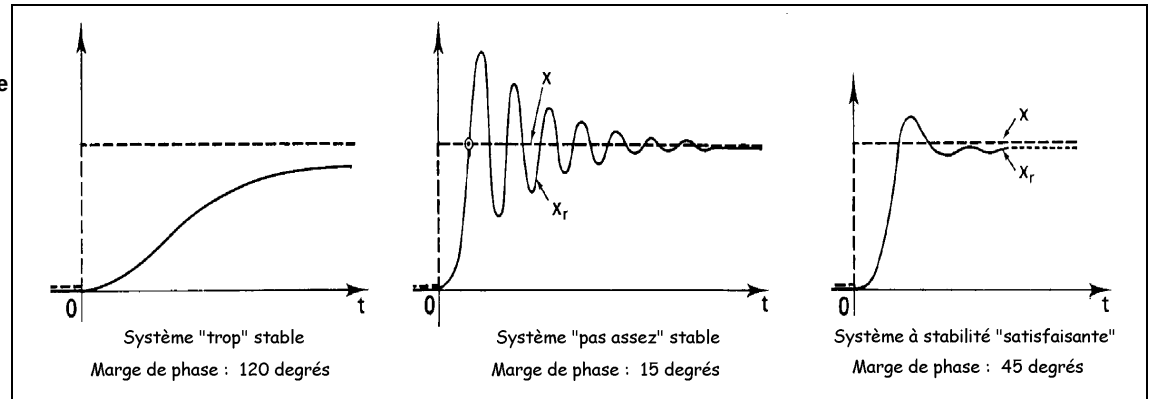


19) Stabilité satisfaisante en boucle fermée :

Les critères précédents permettent de conclure quant à la stabilité ou à l'instabilité en boucle fermée d'un système asservi à partir de sa transmittance en boucle ouverte.

Dans la pratique, il ne suffit pas qu'un système soit stable, il doit en plus être suffisamment amorti.

Figure 29.
Réponse à un échelon et marge de phase.



Le réglage de l'amplification dans la chaîne directe a une influence directe sur l'amortissement du système et donc sur la forme de la réponse.

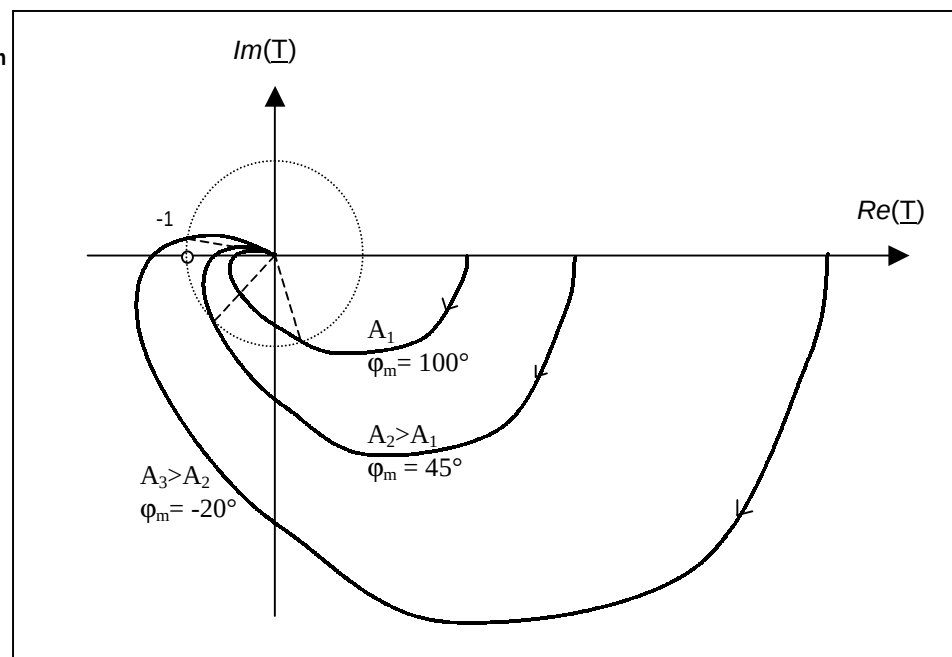
Lorsqu'on met au point un asservissement, on cherche le bon réglage de l'amplification qui donnera au système asservi une réponse rapide, sans oscillations excessives.

Pour cela, la courbe de Nyquist ne doit pas passer trop près du point -1 , ce qui veut dire que la marge de phase ϕ_m ne doit pas être trop faible.

Cette réponse idéale, caractérisée par un **dépassement de 20%** correspondant à une stabilité « satisfaisante », est obtenue pour une marge de phase de l'ordre de $\phi_m = 45^\circ$.

Lorsqu'on augmente l'amplification dans la chaîne directe d'un système asservi, le diagramme de Nyquist se déforme par homothétie de centre O. On comprend donc qu'on va passer progressivement d'un système « trop » stable à l'instabilité.

Figure 30.
Influence du gain sur le degré de stabilité d'un SA.



Remarque : il est clair que dans des cas particuliers où on ne peut tolérer aucun dépassement (table traçante, par exemple) cette valeur de marge de phase de 45° ne convient pas et il faut la régler à une valeur plus importante $60-70^\circ$ par exemple.

20) Méthode pratique de réglage du gain :

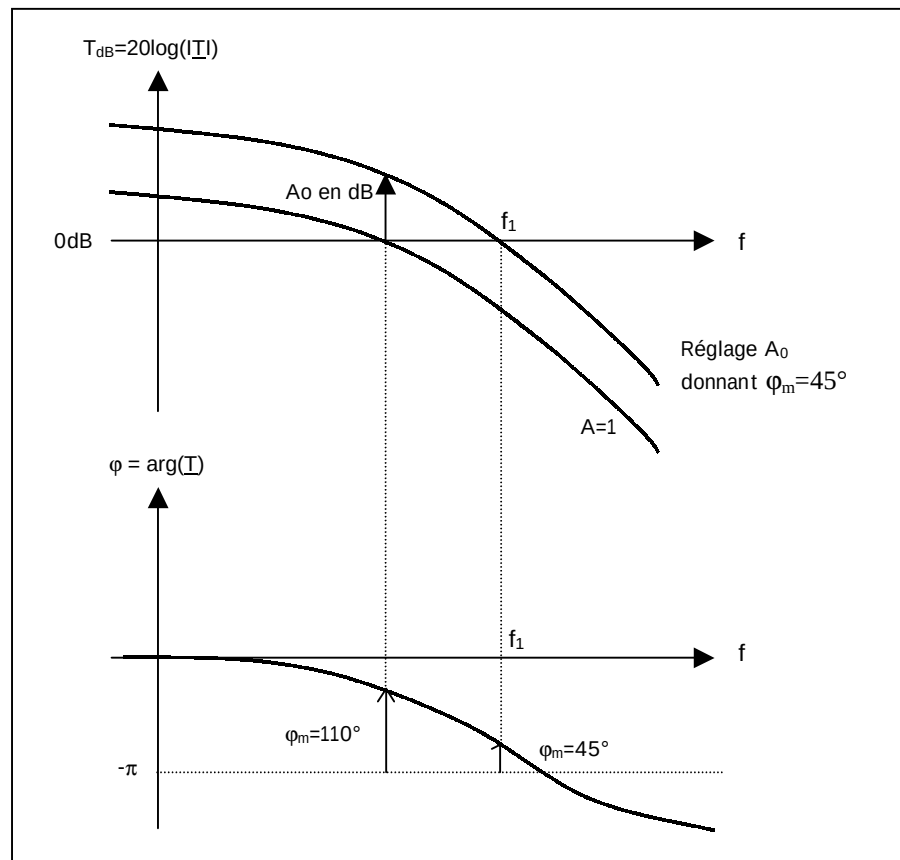
Dans la pratique, lorsqu'on veut régler un asservissement, on dispose de la transmittance en boucle ouverte soit sous forme mathématique, soit sous forme graphique.

Plusieurs cas peuvent se présenter :

- on connaît l'expression mathématique de la transmittance $T(p)$ et le calcul de la transmittance en boucle fermée $T'(p)$ nous conduit à une transmittance du 2^{ème} ordre. Il est alors possible par calcul de trouver l'amplification qui correspondra à une valeur d'amortissement m donnée
- on connaît l'expression mathématique de la transmittance $T(p)$ et le calcul de la transmittance en boucle fermée $T'(p)$ nous conduit à une transmittance d'ordre supérieur à 2. On peut vérifier la stabilité du système grâce au critère de Routh mais le réglage de l'amplification ne peut se faire que par méthode graphique.
- on ne connaît pas l'expression mathématique de la transmittance $T(p)$ mais uniquement le diagramme de Bode ou de Nyquist. Le réglage de l'amplification ne peut se faire que par méthode graphique.

La méthode graphique de réglage de l'amplification est très simple à appliquer sur le diagramme de Bode du système en boucle ouverte.

Figure 31.
Réglage
graphique du gain
d'un SA.



Les étapes du réglage sont les suivantes :

- faire $A = 1$ et tracer le diagramme de Bode
- la marge de phase φ_m est en général trop grande (système trop lent)
- repérer la fréquence f_1 correspondant à une marge de phase de $\varphi_m = 45^\circ$
- décaler la courbe de gain vers le haut ou vers le bas pour avoir $T = 0\text{dB}$ à f_1
- l'amplitude du décalage donne la valeur A_0 en dB du gain cherché

Cette méthode graphique est simple , efficace et appliquée même dans les cas où le calcul théorique du gain optimal serait possible.

21) Le test de la précision de l'asservissement :

La fonction d'un système asservi est de donner une grandeur de sortie $y(t)$ aussi voisine que possible de la consigne $y_e(t)$.

L'organe d'affichage donne une tension $x(t)$ telle que :
et le capteur fournit le signal $x_r(t)$ tel que :

$$\begin{aligned} x(t) &= K \cdot y_e(t) \\ x_r(t) &= K \cdot y(t) \end{aligned}$$

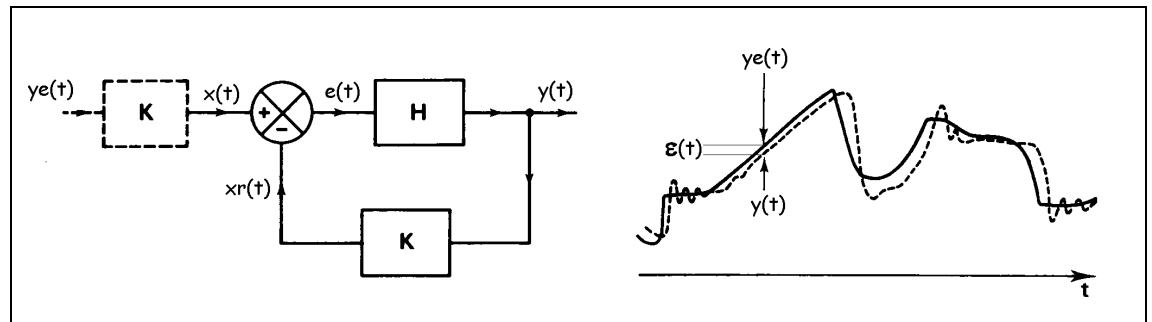
Le signal d'erreur $e(t)$ en sortie du comparateur vaut :

$$e(t) = x(t) - x_r(t)$$

On appelle alors **erreur** la grandeur ϵ définie par :

$$\epsilon(t) = y_e(t) - y(t) = e(t)/K$$

Figure 32.
Visualisation de
l'erreur d'un
système bouclé.

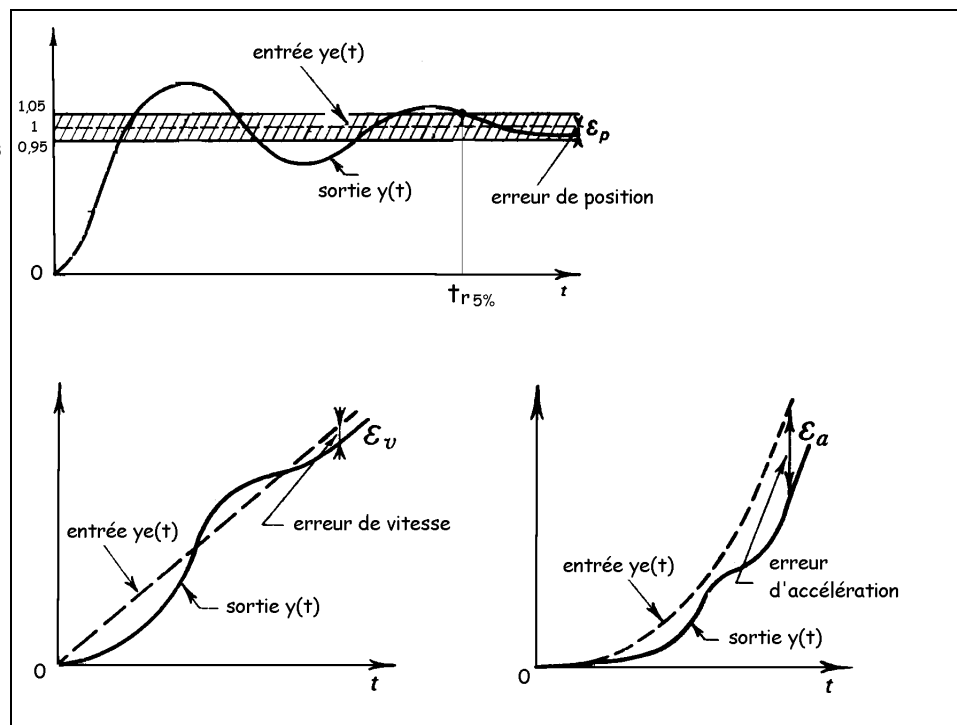


Lorsqu'on parle de précision pour un système asservi, on sous-entend toujours qu'on se place en régime permanent. En effet, durant le régime transitoire, la sortie est toujours assez différente de la consigne. On demande simplement au régime transitoire d'être court.

Ce régime transitoire est étudié pour un signal d'entrée en échelon et est caractérisé par le temps de montée t_m (de 10% à 90%) et surtout par le temps de réponse à 5%.

Pour évaluer les performances d'un système asservi au niveau de la précision, on étudie sa réponse à des signaux de forme standard dont les plus importants sont : l'échelon, la rampe et l'entrée parabolique.

Figure 33.
Les erreurs d'un
asservissement
de position
attaqués par des
signaux
standards



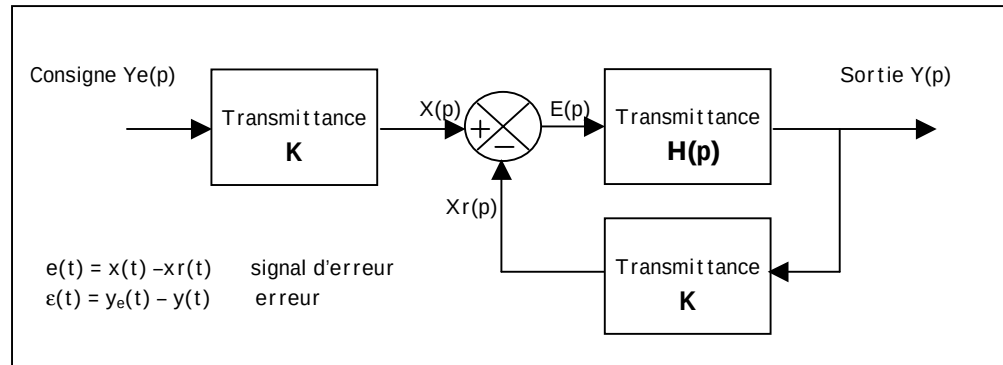
Les erreurs s'appellent traditionnellement :

- pour une entrée échelon, ϵ_p : erreur de position ou **erreur statique**
- pour une entrée rampe, ϵ_v : erreur de vitesse ou **erreur de traînage**
- pour une entrée parabolique, ϵ_a : erreur d'accélération ou **erreur en accélération**

22) Calcul de l'erreur ε pour une entrée donnée :

On considère le système dont le schéma fonctionnel est ci-dessous :

Figure 34.
Erreur et signal
d'erreur dans un
asservissement.



L'erreur en régime permanent est la différence entre la valeur désirée y_e et la valeur effective y :

$$\varepsilon(p) = Y_e(p) - Y(p) = Y_e(p) - Y_e(p) \frac{T(p)}{1 + T(p)} = Y_e(p) \frac{1}{1 + T(p)}$$

On voit donc que l'erreur d'un système asservi dépend à la fois du type de consigne $y_e(t)$ et de sa transmittance en boucle ouverte $T(p)$.

C'est pour cela qu'on étudie la précision d'un SA pour des entrées de forme simple qui sont :

- l'échelon : $y_e(t) = U$ $Y_e(p) = U/p$
- la rampe : $y_e(t) = at$ $Y_e(p) = a/p^2$
- la parabole : $y_e(t) = at^2$ $Y_e(p) = 2a/p^3$

L'erreur en régime permanent, qui seule nous intéresse, est la valeur de l'erreur lorsque le régime transitoire est terminé, c'est-à-dire au bout d'un temps très long, c'est à dire en faisant tendre $t \rightarrow \infty$.

On l'obtient grâce au théorème de la valeur finale :

$$\text{erreur} \varepsilon = \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \varepsilon(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot Y_e(p) \frac{1}{1 + T(p)}$$

La transmittance $T(p)$ intervient donc par son équivalent lorsque $p \rightarrow 0$, soit :

$$\lim_{p \rightarrow 0} T(p) \approx \frac{T_0}{p^\alpha} \quad \text{l'entier } \alpha \text{ s'appelle la classe du système}$$

Exemples :

- si $T(p) = \frac{10}{p+2}$ alors $T(p) \approx \frac{10}{2} = 5$ classe : $\alpha = 0$
- si $T(p) = \frac{8}{p^2(p+4)}$ alors $T(p) \approx \frac{8}{4p^2} = \frac{2}{p^2}$ classe : $\alpha = 2$

On constate que la classe d'un système n'est rien d'autre que le nombre d'intégrations dans le gain en boucle ouverte.

23) Influence de la classe d'un système sur la précision:

Dans la pratique, on dépasse rarement la classe 2 puisque chaque intégration introduit une rotation de phase supplémentaire de 90 degrés, ce qui diminue d'autant la marge de phase !

Intéressons-nous au système le plus simple, le système de classe $\alpha = 0$, dont la transmittance ne contient aucune intégration, mais une ou plusieurs constantes de temps :

$$T(p) = \frac{T_o}{(1 + \tau_1 p)(1 + \tau_2 p) \dots} \quad \text{dont l'équivalent est} \quad \lim_{p \rightarrow 0} T(p) = T_o$$

- l'erreur statique pour une entrée en échelon $y_e(t) = U$ s'écrit :

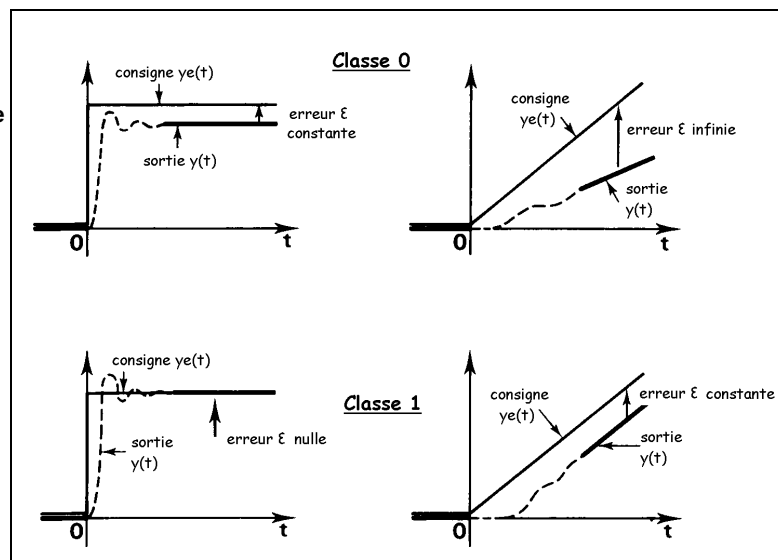
$$\varepsilon = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \frac{U}{p} \frac{1}{1 + T(p)} = \frac{U}{1 + T_o} \quad \text{l'erreur statique n'est pas nulle}$$

Par contre, elle peut toujours être diminuée en augmentant l'amplification de la chaîne directe, dans des limites compatibles avec une stabilité correcte.

- l'erreur de traînage pour une entrée en rampe : $y_d(t) = at$ s'écrit :

$$\varepsilon = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \frac{a}{p^2} \frac{1}{1 + T(p)} = \infty \quad \text{le système de classe 0 est incapable de suivre une rampe}$$

Figure 35.
Allure de l'erreur
pour un système
de classe 0 et de
classe 1.



On calcule facilement les erreurs suivant le type d'entrée et la classe. Les résultats sont résumés dans le tableau ci-dessous :

classe	0	1	2	3
échelon	$\frac{U}{1 + T_o}$	0	0	0
rampe	∞	$\frac{a}{T_o}$	0	0
parabole	∞	∞	$\frac{2a}{T_o}$	0

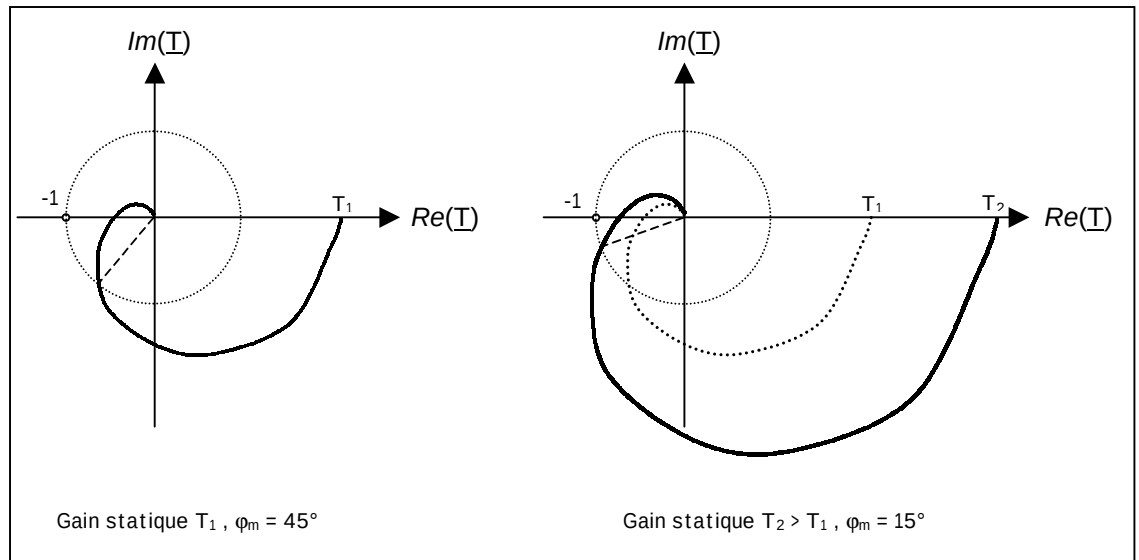
Pour une bonne précision, il faut donc avoir la classe la plus élevée possible. Malheureusement, l'augmentation de la classe dégrade la marge de phase et rend le système instable. Dans la pratique, en présence d'un système de classe 0 on rajoute généralement un intégrateur après le comparateur pour améliorer la précision.

24) Principes généraux de correction :

On a vu que pour obtenir un système asservi possédant une bonne précision en régime permanent, on était amené à donner un gain le plus élevé possible à la chaîne directe.

Malheureusement, une augmentation de gain a pour effet de diminuer la stabilité du système en boucle fermée : le dépassement devient exagéré et une tendance à l'oscillation (pompage) peut même apparaître.

Figure 36.
L'augmentation de gain améliore la précision mais dégrade la stabilité.



Dans la pratique, un réglage de gain donnant une stabilité correcte ne permet en général pas d'avoir une précision suffisante. On a donc deux possibilités :

- on règle le gain pour avoir une bonne stabilité, la précision est alors souvent insuffisante
- on règle le gain pour avoir la bonne précision, la stabilité est alors souvent insuffisante

Dans les deux cas, on peut arranger la situation par un correcteur qui permet de concilier les exigences de stabilité et de précision.

La méthode générale de correction consiste à déformer localement le lieu de Nyquist de façon à passer suffisamment loin du point critique (-1) tout en gardant un gain suffisamment élevé aux basses fréquences pour avoir une précision satisfaisante.

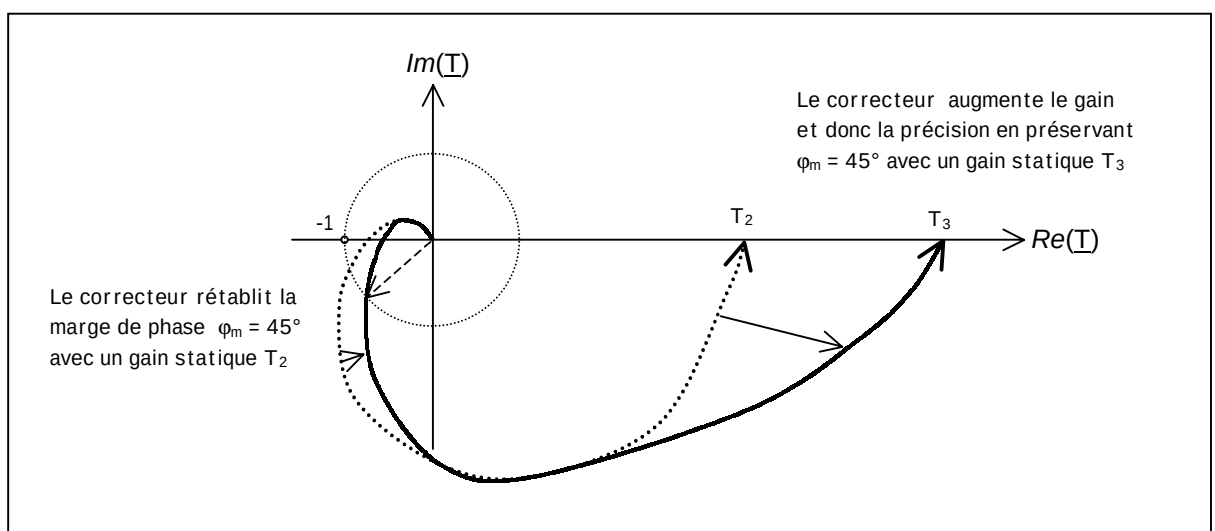


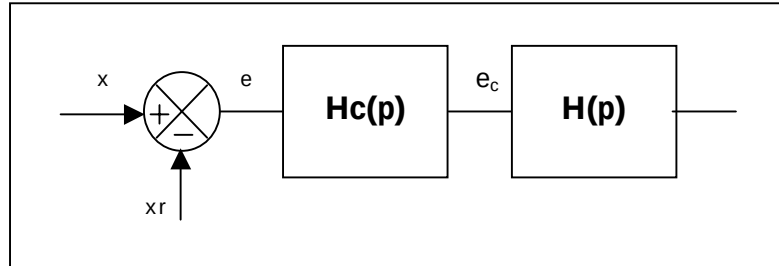
Figure 37. Utilisation de correcteurs pour améliorer la précision en maintenant la marge de phase de 45° .

25) Le correcteur proportionnel-intégral :

On règle le gain du système pour avoir une stabilité satisfaisante. Le rôle du correcteur est d'augmenter la précision de l'asservissement en augmentant la classe du système sans dégrader sa marge de phase.

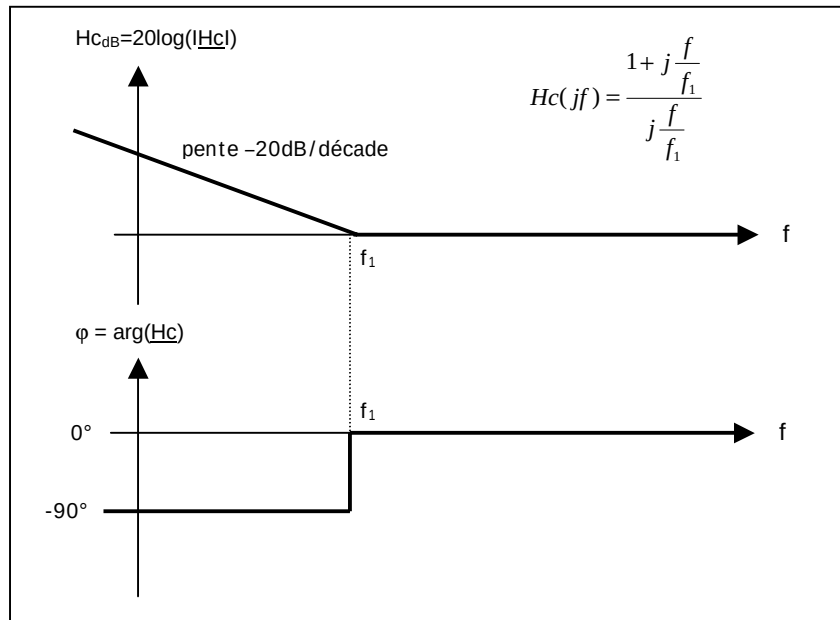
Le correcteur est un quadripôle de transmittance $H_c(p)$ placé après le comparateur et qui agit donc sur le signal d'erreur $e(t)$.

Figure 38.
Place du
correcteur dans
l'asservissement.



Son diagramme de Bode doit faire apparaître une **intégration aux basses fréquences** et un **déphasage nul aux fréquences plus élevées** où sera définie la marge de phase :

Figure 39.
Diagramme de
Bode du
correcteur PI.



Sa transmittance de Laplace s'écrit :

$$H_c(p) = \frac{1 + \tau p}{\tau p} = 1 + \frac{1}{\tau p} \quad \text{avec} \quad \tau = \frac{1}{2\pi f_1}$$

et le signal d'erreur corrigé a pour expression :

$$E_c(p) = H_c(p) \cdot E(p) = E(p) + \frac{E(p)}{\tau p} \quad \text{soit} \quad e_c(t) = e(t) + \frac{1}{\tau} \int e(t) dt$$

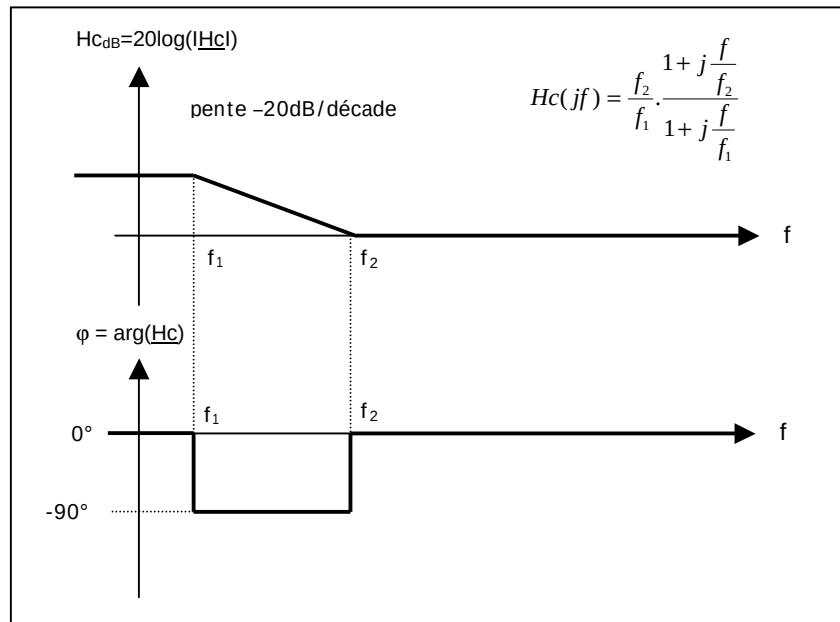
C'est la raison pour laquelle ce correcteur s'appelle **correcteur proportionnel-intégral ou PI**.

26) Le correcteur à retard de phase :

Si on veut simplement diminuer l'erreur sans changer de classe, il suffit de limiter l'augmentation de gain aux très basses fréquences, ce qui donne le **correcteur à retard de phase** usuel.

Voici le diagramme de Bode d'un tel correcteur :

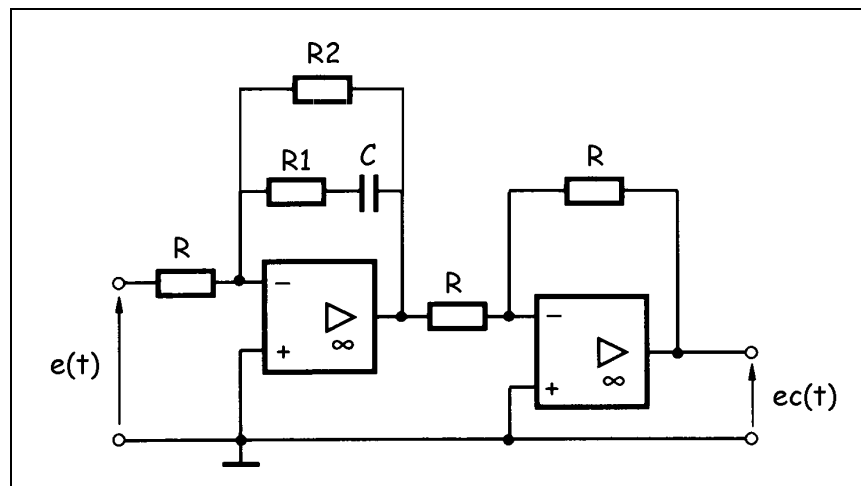
Figure 40.
Diagramme de Bode du correcteur à retard de phase.



L'augmentation de l'amplification aux très basses fréquences vaut : $K = \frac{f_2}{f_1}$

Voici deux exemples de réalisation pratique de ce type de correcteur :

Figure 41.
Réalisation pratique d'un correcteur PI ou à avance de phase.



- sans R_2 , on a un correcteur proportionnel-intégral
$$Hc(p) = \frac{R_2}{R} \cdot \frac{1 + R_1 C p}{1 + (R_1 + R_2) C p}$$
- avec R_2 , on a un correcteur à retard de phase
$$Hc(p) = \frac{1 + R_1 C p}{R C p}$$

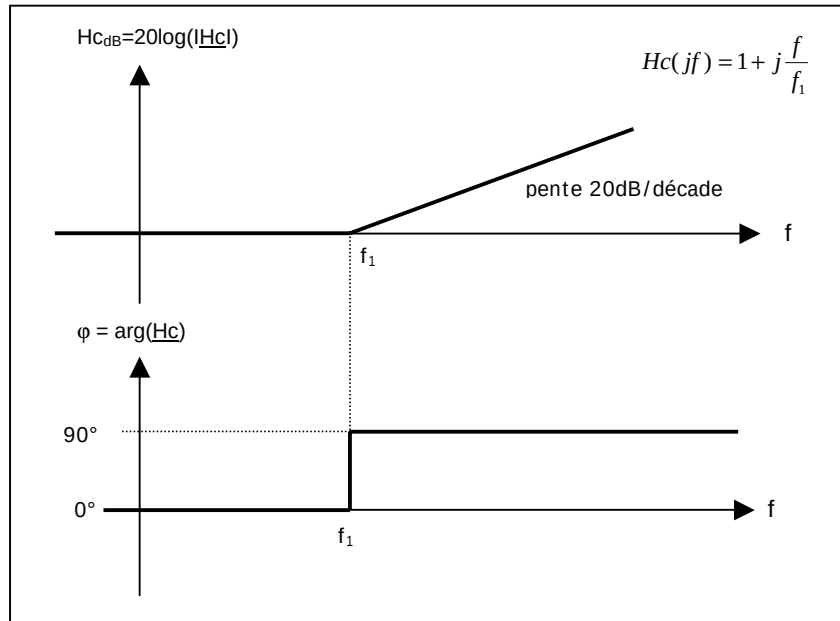
27) Le correcteur proportionnel-dérivé :

Lorsqu'on règle le gain statique du système pour avoir une précision satisfaisante, le système n'est en général plus suffisamment stable et le rôle du correcteur est de rétablir une marge de phase correcte .

Contrairement au correcteur précédent qui intervenait aux très basses fréquences, le correcteur proportionnel-dérivé doit agir sur la courbe de Nyquist aux fréquences où celle-ci passe au voisinage du point critique (-1).

Cette augmentation de la marge de phase peut être assurée par un quadripôle ayant la transmittance suivante :

Figure 42.
Diagramme de Bode du correcteur proportionnel-dérivé.



Sa transmittance de Laplace s'écrit :

$$Hc(p) = 1 + \tau p \quad \text{avec} \quad \tau = \frac{1}{2\pi f_1}$$

et le signal d'erreur corrigé a pour expression :

$$Ec(p) = Hc(p).E(p) = E(p) + \tau p E(p) \quad \text{soit} \quad e_c(t) = e(t) + \tau \frac{de(t)}{dt}$$

C'est la raison pour laquelle ce correcteur s'appelle **correcteur proportionnel-dérivé** ou **PD**.

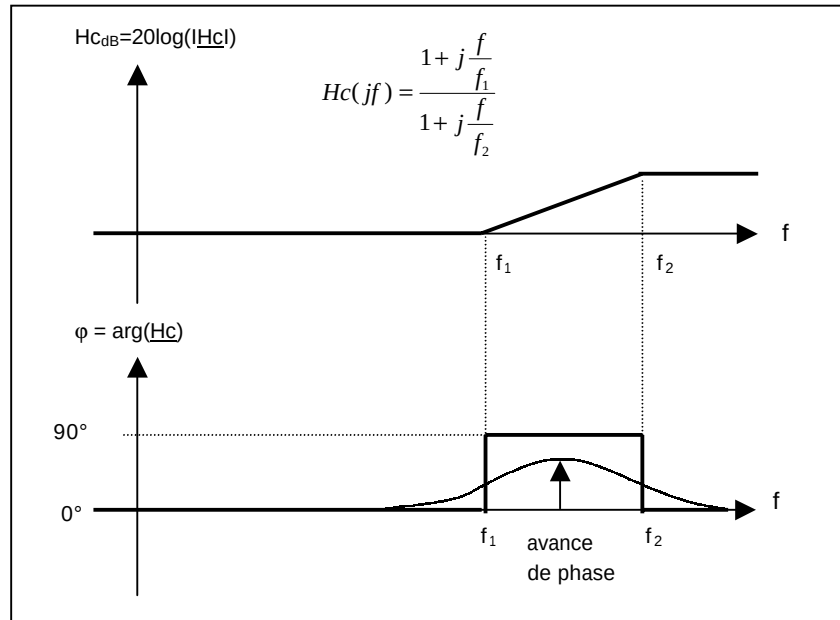
28) Le correcteur à avance de phase :

Un correcteur PD présente un gain élevé aux fréquences hautes, ce qui est gênant parce que, dans cette bande de fréquences, on a surtout du bruit électrique et pas de signal utile.

Dans la pratique, on limite donc le gain aux fréquences hautes, ce qui nous donne le correcteur à avance de phase usuel.

Le diagramme de Bode d'un tel correcteur est le suivant :

Figure 43.
Le correcteur à avance de phase et sa courbe de phase.

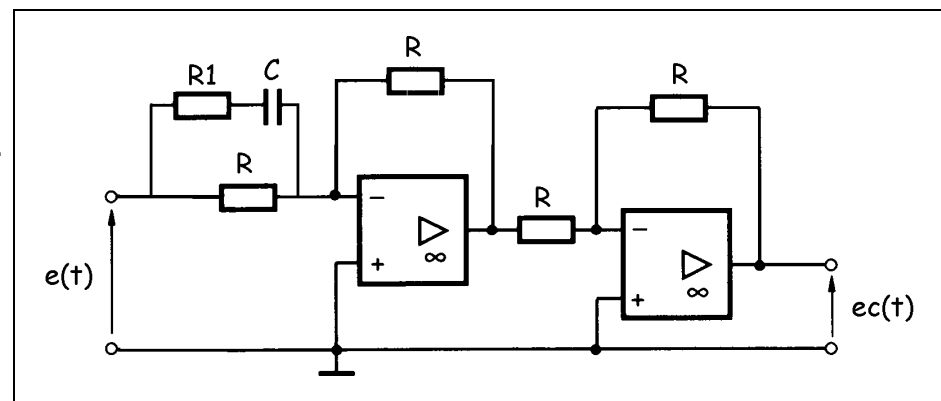


Il faut évidemment dans la pratique choisir f_1 et f_2 pour que l'avance de phase maximale tombe à la fréquence où le module de la fonction de transfert corrigée est égal à 1. C'est le point difficile de la synthèse du quadripôle de correction.

On peut, pour un correcteur bien calculé, remonter la marge de phase d'une cinquantaine de degrés, ce qui permet quand même de passer d'un système à la limite de l'instabilité à un système corrigé ayant un degré de stabilité correct !

Voici un exemple pratique de correcteur à avance de phase :

Figure 44.
Réalisation pratique d'un correcteur à avance de phase.



La transmittance de ce correcteur s'écrit :

$$Hc(p) = \frac{1 + (R + R_1)Cp}{1 + R_1Cp}$$

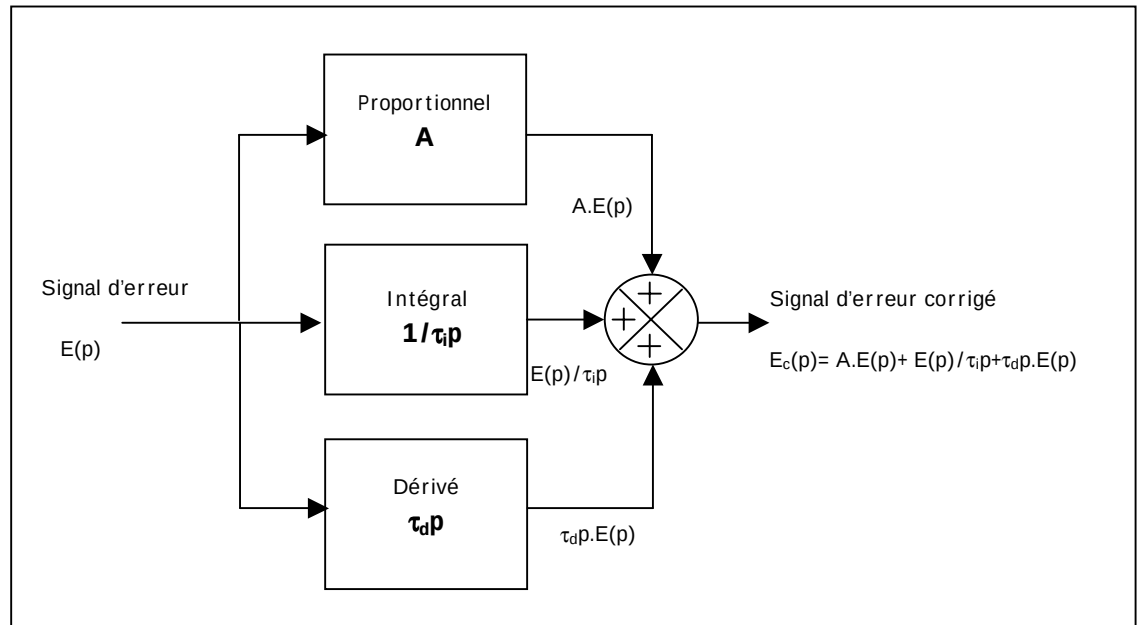
29) Le correcteur universel PID :

On peut dire que les 2 correcteurs précédents ont des propriétés complémentaires :

- proportionnel-intégral : améliore la précision en augmentant le gain aux basses fréquences
- proportionnel-dérivé : améliore la stabilité en augmentant une marge de phase trop juste

Si l'emploi de l'un ou l'autre de ces correcteurs se révèle insuffisant, on peut songer tout naturellement à les utiliser ensembles, ce qui donne le correcteur PID.

Figure 45.
Structure du
correcteur PID
parallèle.

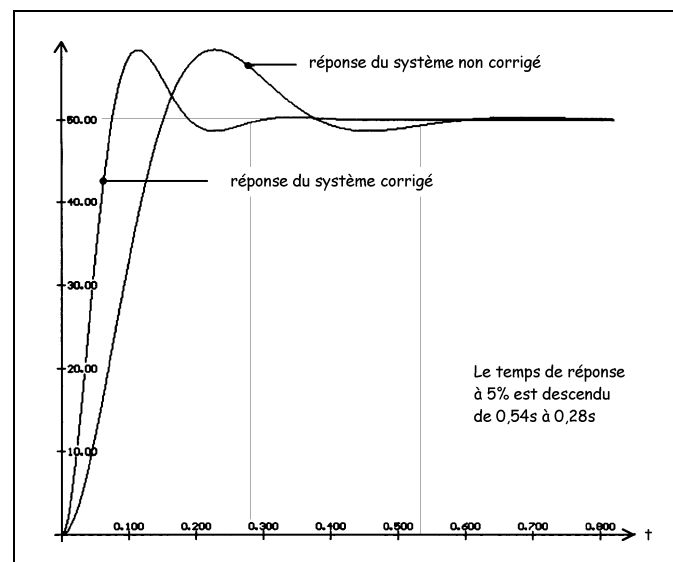


A partir d'un enregistrement de la réponse à un échelon du système asservi non corrigé, l'automaticien détermine les valeurs des coefficients A , τ_i et τ_d qu'il faut afficher sur le correcteur PID pour optimiser la réponse du système.

Plusieurs outils mathématiques, graphiques ou informatiques existent pour assister le technicien dans ces réglages.

Les améliorations obtenues sont tellement évidentes qu'il n'est pas concevable aujourd'hui de faire fonctionner un système asservi qui ne soit pas équipé de son correcteur.

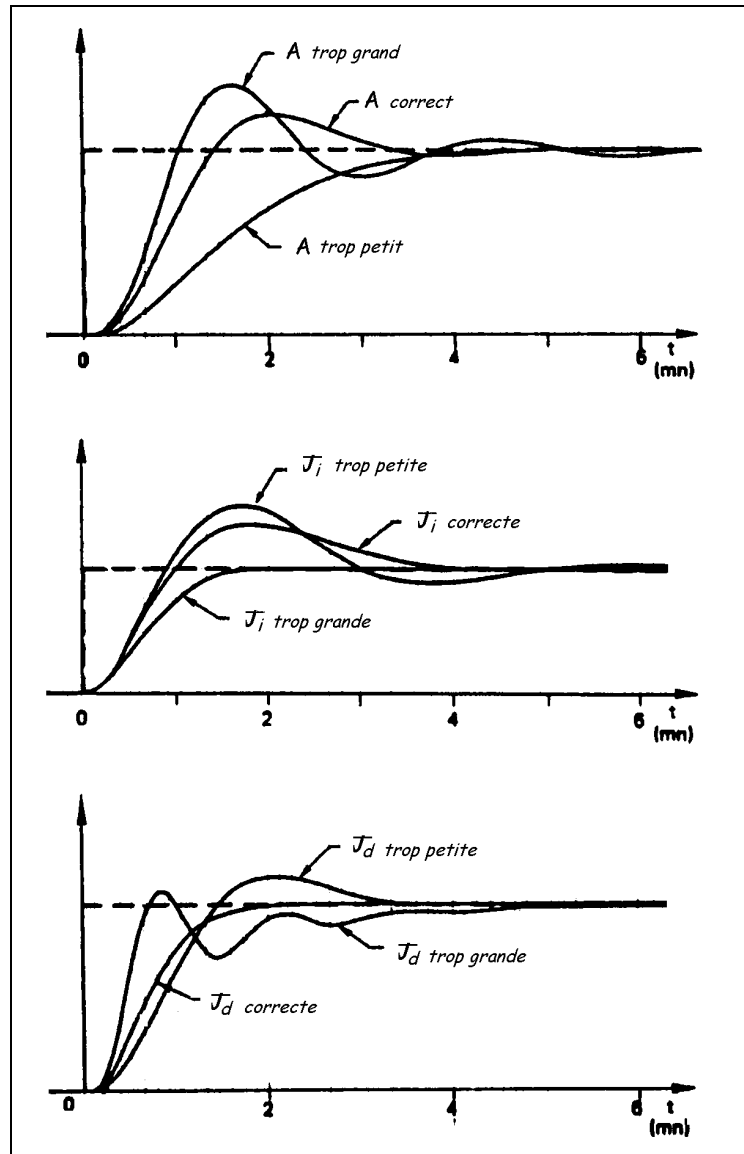
Figure 46.
Exemple
d'amélioration
apportée par un
correcteur PID.



30) Réglage du PID par la méthode de Ziegler & Nichols:

La figure suivante permet de se faire une idée de l'influence des différents réglages sur le comportement en régime transitoire du système bouclé.

Figure 47.
Influence des
réglages du
correcteur PID
sur la réponse du
système asservi.



De toutes les méthodes de réglage des régulateurs PID de processus industriels, une des plus utilisées est celle proposée par J.G. Ziegler et N.B. Nichols.

Les étapes de réglage, pour un régulateur PID parallèle, sont les suivantes :

- appliquer à l'entrée du système un échelon (signal carré)
- augmenter le gain jusqu'à la valeur $A_{\max}$ qui rend le système juste instable (pompage)
- relever la période d'oscillation T_o du système instable
- calculer le gain optimal : $A_o = A_{\max}/1,7$
- calculer la constante de temps de l'intégrateur $\tau_i = 0,85 \cdot T_o / A_{\max}$
- calculer la constante de temps du dérivateur $\tau_d = T_o \cdot A_{\max} / 13,3$



Merci pour l'intérêt que vous portez à mon travail. J'espère que le cours que vous avez téléchargé répond à votre attente.

Si, malgré le soin qui a été apporté à la rédaction de ce document, vous constatez l'existence d'erreurs, merci de me les signaler par Email à jean-philippe.muller1@wanadoo.fr

Comme toute œuvre intellectuelle, ce document est protégé par le Copyright et son usage est réservé à une utilisation personnelle.

Techno Assistance Formation

1, rue du Capitaine Pilleux
68720 ZILLISHEIM

Site : <http://www.ta-formation.com>